THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DE PARIS SUD
CENTRE D'ORSAY

pour obtenir le titre de DOCTEUR 3e CYCLE
Spécialité Physique Atomique et Moléculaire
Option Optique Quantique

par

CATALINA ELIZABETH STERN FORGACH

Sujet de la thèse :

DIFFUSION RAYLEIGH ET DETECTION HETERODYNE OPTIQUE APPLICATION AUX FLUCTUATIONS ATMOSPHERIQUES

Soutenue le 6 Octobre 1981, devant la Commission d'Examen :

MM. J. BAUCHE — Président

C. FLYTZANIS
D. GRESILLON
P. LALLEMAND
M. PERULLI
— Examinateurs

THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DE PARIS SUD
CENTRE D'ORSAY

pour obtenir le titre de DOCTEUR 3e CYCLE
Spécialité Physique Atomique et Moléculaire
Option Optique Quantique

par

CATALINA ELIZABETH STERN FORGACH

Sujet de la thèse :

DIFFUSION RAYLEIGH ET DETECTION HETERODYNE OPTIQUE APPLICATION AUX FLUCTUATIONS ATMOSPHERIQUES

Soutenue le 6 Octobre 1981, devant la Commission d'Examen :

MM. J. BAUCHE — Président

C. FLYTZANIS
D. GRESILLON
P. LALLEMAND
M. PERULLI
— Examinateurs

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

A CLARA ET ENRIQUE QUI
ETANT SI LOIN SONT TOUJOURS
RESTES SI PROCHES

R E M E R C I E M E N T S

Je tiens à exprimer mes plus vifs remerciements à Monsieur le Professeur J. BAUCHE qui a accepté la présidence de ce jury ainsi qu'à Messieurs C. FLYTZANIS et P. LALLEMAND pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce sujet et leur acceptation de participer à cette Commission d'Examen. Je remercie très spécialement Monsieur le Professeur PERULLI pour ses commentaires stimulants, son intérêt à la suite de ces recherches et sa participation au jury.

Ma gratitude va surtout à Monsieur D. GRESILLON. C'est sous sa direction que ce travail a été réalisé ; c'est grâce à ses conseils, sa patience et son encouragement que cette thèse a pu aboutir. J'en suis très reconnaissante.

Mes plus vif remerciements sont aussi pour le CONSEJO NACIONAL DE CIENCIA Y TECNOLOGIA (CONACYT) et l'UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO (UNAM) ; c'est grâce à leur confiance et leur support économique et parfois moral que j'ai pu rester en France le temps nécessaire pour finir cette thèse.

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Physique des Milieux Ionisés de l'Ecole Polytechnique. Je remercie Monsieur DOUCET, son Directeur et Mademoiselle MOUTTET, sa Responsable Administrative de m'avoir accueillie et donnée tout le support matériel nécessaire.

La réalisation des expériences n'aurait pas pu être mené à bien sans le support de Monsieur B. CHAPEY ainsi que par Messieurs DUFOUR et VERMILLARD et tout le groupe d'électronique.

Il y a de nombreuses personnes qui m'ont aidée depuis le début de mes études de 3e cycle : enseignants, camarades de classe et amis ; j'espère qu'ils se reconnaitront dans ces lignes ; qu'ils soient vivement remerciés.

Enfin, c'est grâce à Mademoiselle LECOMTE, Mesdames STEPHAN, MILLARD et ALEXANDRE qui ont assuré la frappe et la reproduction du manuscrit et à Monsieur B. CHAPEY qui a élaboré les figures, que ce manuscrit a pu avoir sa forme définitive ; je leur suis infiniment reconnaissante.

S O M M A I R E

pages

Introduction.

Chapitre I - Principes de la diffusion et détection hétérodyne. 1

A. La diffusion Rayleigh. 2

B. Détection hétérodyne. 7

C. Spectre temporel du courant détecté. 11

D. Rapport signal sur bruit. 13

E. Résolution spatiale. 14

F. Résolution spectrale. 16

G. Calibration de la densité spectrale et du taux de fluctuations. 17

Chapitre II - Montage expérimental. 21

A. Présentation d'ensemble. 22

B. L'optique. 22

C. Le détecteur. 40

Chapitre III - Ondes ultrasonores. 47

A. Dispositif expérimental. 48

B. Calibration du cristal piezoélectrique d'excitation des ondes ultrasonores. 51

C. Directivité. 55

D. Calibration de la mesure en termes du taux de fluctuation. 58

E. Sensibilité de la détection. 67

F. Efficacité d'hétérodynage. 68

pages

Chapitre IV - Turbulence d'un jet d'air comprimé. 71

A. Dispositif expérimental. 72

B. Analyse radiale de la turbulence. 75

C. Anisotropie de spectre $S(\vec{k}_{\Delta},\omega)$. 83

D. Spectre de fluctuations perpendiculaires à l'axe du jet. 86

E. Spectre de fluctuations parallèles à l'axe du jet. 91

F. Sensibilité de la détection. 95

G. Comparaison entre la diffusion sur l'air comprimé et sur l'azote pur. 96

H. Fluctuation totale. 96

Conclusions. 103

Bibliographie. 104

INTRODUCTION

Depuis les vingt dernières années, la détection optique par mélange a été fortement développée en permettant aux longueurs d'onde visibles des méthodes micro-ondes (radar). Cette méthode de détection a certains avantages sur la détection spectroscopique habituelle : d'abord une grande résolution spatiale dans les directions perpendiculaires à la propagation du faisceau optique et ensuite, la possibilité d'atteindre la limite théorique de détection optique [1,2,3].

L'objet du présent travail est la caractérisation de fluctuations de densité par détection héterodyne de la lumière qu'elles diffusent à 10 microns de longueur d'onde. Le signal diffusé est traité pour obtenir le spectre temporel des fluctuations de densité.

Nous appliquons cette méthode à l'observation de fluctuations de densité atmosphérique : d'une part aux excitations monochromatiques ultra-sonores excitées par un cristal piezzoélectrique et d'autre part à la turbulence produite par un jet d'air comprimé.

Dans la première partie de ce travail, nous étudions les principes sur lesquels est basé l'expérience et dans la deuxième, nous présentons le montage expérimental. Les troisième et quatrième parties sont consacrées aux résultats expérimentaux respectivement sur les ondes ultra-sonores monochromatiques et sur la turbulence du jet.

C H A P I T R E I

PRINCIPES DE LA DIFFUSION ET DETECTION HETERODYNE

CHAPITRE I

PRINCIPES DE LA DIFFUSION ET DETECTION HETERODYNE.

A - LA DIFFUSION RAYLEIGH.

Quand une onde electromagnétique intéragit avec un milieu matériel, elle perturbe la distribution de charge électronique des atomes et provoque l'apparition de moments dipolaires induits. Ces dipoles rayonnent à leur tour des ondes electromagnétiques de même fréquence, c'est un phénomène qu'on désigne par "diffusion Rayleigh".

Rayonnement par un atome.

Supposons une onde électromagnétique monochromatique se propageant dans la direction $\hat{n}_o$ avec un vecteur de polarisation $\vec{\varepsilon}$; ses champs électrique et magnétique sont :[4]

$$\vec{E}_o(\vec{r}_o,t) = \vec{\varepsilon}\ \mathrm{Re}\ \vec{\mathcal{E}}_o(\vec{r}_o)\ e^{-i\omega_o t} \qquad (1)$$

$$\vec{B}_o(\vec{r}_o,t) = \vec{n}_o \times \frac{\vec{E}_o(\vec{r}_o,t)}{c} \qquad (2)$$

Quand cette onde traverse un volume dans lequel il y a des molécules, ses champs induisent des moments dipolaire qui rayonnenent à leur tour dans toutes les directions.

Dans chaque point $\vec{r}_1$ de l'espace, nous pouvons connaître les champs rayonnés à partir de :

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \qquad (3)$$

$$\vec{E} = \frac{ic^2}{\omega_o} \nabla \times \vec{B} \qquad (4)$$

où A est le potentiel vecteur :

$$\vec{A}(\vec{r}_1,t) = \frac{\mu_o}{4\Pi}\int d^3r_o \int dt_o \frac{\vec{J}(\vec{r}_o,t_o)}{|\vec{r}_1-\vec{r}_o|}\,\delta\left(t_o + \frac{|\vec{r}_1-\vec{r}_o|}{c} - t\right) \qquad (5)$$

L'argument de la fonction δ de Dirac assure le comportement causal des champs.
Si les densités de courant et de charge sont :

$$\vec{J}(\vec{r}_o,t_o) = \text{Re}\ \vec{J}(\vec{r}_o)\ \exp(-i\omega_o t_o) \qquad (6)$$

$$\rho(\vec{r}_o,t_o) = \text{Re}\ \rho(\vec{r}_o)\ \exp(-i\omega_o t_o) \qquad (7)$$

alors $$\vec{A}(\vec{r}_1,t_1) = A(\vec{r}_1)\ \exp(-i\omega_o t_1) \qquad (8)$$

où $$\vec{A}(\vec{r}_1) = \mu_o\int\vec{J}(\vec{r}_o)\ \frac{\exp(ik|\vec{r}_1-\vec{r}_o|)}{|\vec{r}_1-\vec{r}_o|}\ d^3r_o \qquad (9)$$

Dans une zone éloignée de la zone de diffusion (Fig. I.1) où $k_o R \gg 1$ $\quad k_o = \frac{2\Pi}{\lambda_o}$, nous pouvons faire l'approximation

$$|\vec{r}_1-\vec{r}_o| = R - \hat{n}_1.\vec{r}_o \qquad (10)$$

où $\hat{n}_1$ est un vecteur unitaire dans la direction de $\vec{r}_1$,
$R = |\vec{r}_1|$
et alors

$$\lim \vec{A}(\vec{r}_1) = \frac{\mu_o}{4\Pi}\ \frac{e^{ikR}}{R}\int \vec{J}(\vec{r}_o)\ e^{-ik\,\hat{n}_1.\vec{r}_o}\ d^3r_o$$

$$= \frac{\mu_o}{4\Pi}\ \frac{e^{ikR}}{R}\ \sum_n\ \frac{(-ik)^n}{n!}\int \vec{J}(\vec{r}_o)(\hat{n}_1.\vec{r}_o)^n\ d^3r_o \qquad (11)$$

Puisque sur les dimensions d'un atome $kr_o \ll 1$ (Fig. I.1), les termes de cette somme décroissent vite, la contribution fondamentale vient du premier terme. Nous pouvons faire l'approximation dite dipolaire, c'est-à-dire, supposer le potentiel vecteur égal au premier terme

$$\vec{A}(\vec{r}_1) = \frac{\mu_o}{4\Pi}\int \vec{J}(\vec{r}_o)\ d^3r_o \qquad (12)$$

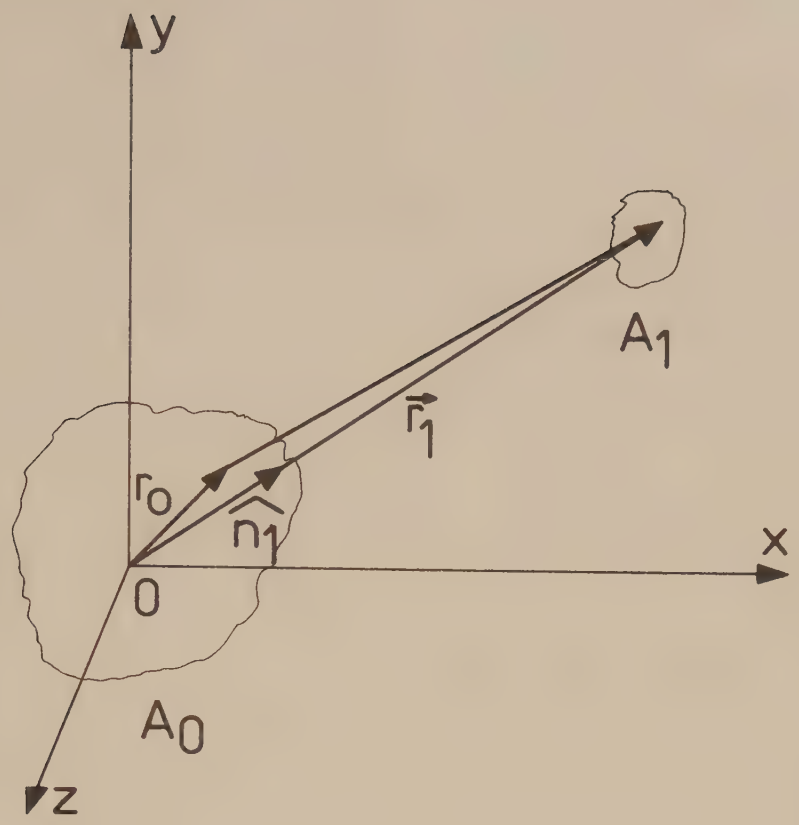


Fig. I.1 - Géométrie de la diffusion

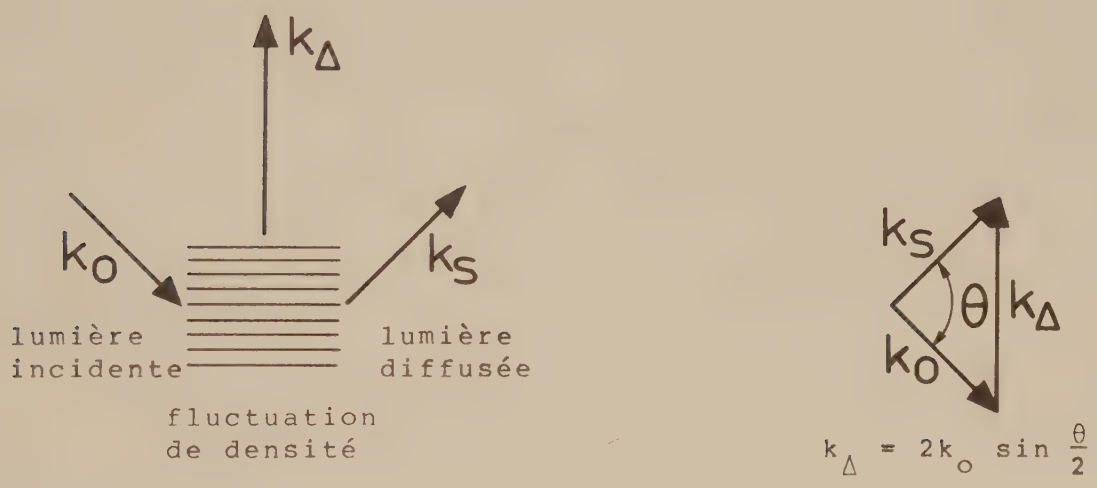


Fig. I.2 - Refraction de Bragg

Maintenant, à partir de l'équation de continuité

$$i\omega\rho(\vec{r}) = \vec{\nabla}.\vec{J}(\vec{r}) \qquad (13)$$

et par intégration par parties, nous pouvons écrire la densité du courant en termes de la densité de charge

$$\int \vec{J}(\vec{r}_o)d^3r_o = -i\omega \int \vec{r}_o\ \rho(\vec{r}_o)\ d^3r_o \qquad (14)$$

ou du moment dipolaire $\vec{p}$ de l'atome défini comme

$$\vec{p} \equiv \int \vec{r}_o\ \rho(\vec{r}_o)\ d^3r_o \qquad (15)$$

(12) devient alors

$$\vec{A}(\vec{r}_1) = -\frac{i\omega\mu_o}{4\Pi}\ \vec{p}(\vec{r}_1)\ \frac{e^{ikR}}{R} \qquad (16)$$

où $k = \frac{\omega}{c}$.

Champ diffusé par une antenne.

Les champs diffusés en $\vec{r}_1$ pour $kR \to \infty$ sont, dans l'approximation dipolaire

$$B(\vec{r}_1) = \frac{\mu_o \omega k}{4\Pi}\ (\hat{n}_1 \times \vec{p})\ \frac{e^{ikR}}{R} \qquad (17)$$

$$\&(\vec{r}_1) = \frac{k^2}{4\Pi\varepsilon_o}\ (\hat{n}_1 \times \vec{p}) \times \hat{n}_1\ \frac{e^{ikR}}{R} \qquad (18)$$

A partir du vecteur de Poynting

$$S(\vec{r}_1,t) = \frac{1}{\mu_o}\ |\vec{E}(\vec{r}_1,t) \times \vec{B}(\vec{r}_1,t)| = \frac{\hat{n}_1}{\mu_o c}\ |\vec{E}(\vec{r}_1,t)|^2 \qquad (19)$$

qui donne le flux d'énergie. Nous pouvons aussi calculer la puissance rayonnée P.

$$P = \S_A\ \hat{n}.\vec{S}\ da \qquad (20)$$

et par le théorème de la divergence (20) devient :

$$P = \int \vec{\nabla}.\vec{S}\, dV = \int \vec{\nabla}.S\, R^2\, dR\, d\Omega \qquad (21)$$

De (17), (18), (19) et (21), la puissance diffusée dans l'angle solide est

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{1}{32\mu_o c} k^4 \left| (\hat{n}_1 \times \vec{p}) \times n_1 \right|^2 \qquad (22)$$

Si le moment dipolaire est induit par un champ électromagnétique extérieur à l'atome $\mathcal{E}_o(\vec{r},t)$, faible par rapport au champ atomique, alors $\vec{p}$ est une perturbation linéaire par rapport à $\mathcal{E}_o$ qu'on écrit sous la forme :

$$\vec{p}(\vec{r}) = \varepsilon_o\, \alpha(\omega)\, \vec{\mathcal{E}}_o(\vec{r}) \qquad (23)$$

où ε_o est la constante diélectrique du vide, $\alpha(\omega)$ la polarisabilité et $\mathcal{E}_o$ le champ électrique incident.

La puissance par angle solide est alors

$$\frac{dP}{d\Omega} = k^4 \varepsilon_o^2 \left|\alpha(\omega)\right|^2 \left|\mathcal{E}_o(\vec{r})\right|^2 \sin^2\gamma \qquad (24)$$

où γ est l'angle entre $\hat{n}_1$ et $\vec{p}$.

La section efficace de diffusion par angle solide est définie comme la puissance rayonnée par angle solide par unité de surface pour une intensité unité du rayonnement incident.

$$\frac{d\sigma_R}{d\Omega} = \frac{k^4}{(4\Pi)^2} \left|\alpha(\omega)\right|^2 \sin^2\gamma \qquad (25)$$

et la section efficace totale de diffusion Rayleigh est donc

$$\sigma_R = \frac{k^4}{(4\Pi)^2} \left|\alpha(\omega)\right|^2 \int \sin^2\alpha\, d\Omega$$

$$\sigma_R = \frac{k^4}{6\Pi} \left|\alpha(\omega)\right|^2 = \frac{\omega^4}{6\Pi c^4} \left|\alpha(\omega)\right|^2 \qquad (26)$$

La puissance diffusée est proportionnelle à la quatrième puissance de la fréquence de l'onde incidente.

A partir de (18) et (23), nous pouvons écrire le champ diffusé $\mathcal{E}_s(\vec{r}_1)$ par un atome situé en $\vec{r}_o$ en termes du champ incident $\mathcal{E}_o(\vec{r}_o)$

$$\mathcal{E}_s(\vec{r}_1) = \frac{k^2}{4\pi\varepsilon_o} |\vec{p}| \frac{e^{ikR}}{R}$$

$$= \frac{k^2}{4\pi} |\alpha(\omega)| \mathcal{E}_o(\vec{r}_o) \frac{e^{ikR}}{R} \qquad (27)$$

Si nous supposons la polarisation perpendiculaire à la direction de propagation, sin $\gamma = 1$. Nous définissons un rayon de Rayleigh

$$r_R \equiv \frac{k^2}{4\pi} |\alpha(\omega)| \qquad (28)$$

alors

$$\mathcal{E}_s(\vec{r}_1) = r_R \mathcal{E}_o(\vec{r}_o) \frac{e^{ikR}}{R} \qquad (29)$$

De (26) nous voyons que

$$r_R^2 = \frac{3\sigma_R}{8\pi} \qquad (30)$$

B - DETECTION HETERODYNE.

Pour détecter le champ diffusé nous mélangeons celui-ci avec un champ de référence appelé oscillateur local (O.L.) sur la surface d'un photodétecteur quadratique ; la photoconduction génère alors un courant dont la fréquence est celle de la différence de fréquence des deux ondes optiques.

Quand un faisceau optique de fréquence ν et de puissance P tombe sur un détecteur photosensible, chaque photon d'énergie $h\nu$ a une certaine probabilité η (appelée aussi efficacité quantique) de libérer un électron et de produire un courant. Le courant dans le détecteur est

$$i_d = \frac{\eta P e}{h\nu} \qquad (31)$$

avec e la charge de l'électron.

Nous avons deux champs électriques sur notre détecteur : le champ diffusé

$$\vec{E}_s(\vec{r}_1,t) = \text{Re}\ \vec{\mathcal{E}}_s(\vec{r}_1)\ e^{-i\omega_o t} \qquad (32)$$

et l'oscillateur local

$$\vec{E}_{OL}(\vec{r}_1,t) = \text{Re}\ \vec{\mathcal{E}}_{OL}(\vec{r}_1)\ e^{-i\omega_{OL} t} \qquad (33)$$

Le champ total est donné par :

$$\vec{E}_T(\vec{r}_1,t) = \vec{E}_s(\vec{r}_1,t) + \vec{E}_{OL}(\vec{r}_1,t) \qquad (34)$$

Le flux d'énergie en chaque point du détecteur est donné par le vecteur de Poynting (éq. (19)) d'où la puissance totale reçue est donné par (20) et de (31), le courant est

$$i_T = \frac{\eta e}{h\nu}\sqrt{\frac{\varepsilon_o}{\mu_o}}\int_{A_1} d^2r_1\ \left|\vec{E}_s(\vec{r}_1,t) + \vec{E}_{OL}(\vec{r}_1,t)\right|^2 \qquad (35)$$

où A_1 est la surface du détecteur.

Nous suivrons dans la suite principalement, l'approche de E. Holzhauer et J. Massig [5].

Nous pouvons abandonner la notation vectorielle des champs électriques en supposant que le champ OL et le champ diffusé ont des polarisations parallèles.

Le courant hetérodyne.

Le courant obtenu en (33) a trois termes : un proportionnel à $|E_s|^2$, un autre proportionnel à $|\vec{E}_{OL}|^2$ et un terme d'interférence proportionnel à $|E_s\ E_{OL}^*|$. C'est ce troisième terme que nous allons étudier puisqu'il contient l'information utile E_s multiplié par un terme d'amplitude beaucoup plus grand et de fréquence fixe E_{OL}. Ce terme d'interférence est

$$i(t) = \frac{\eta e}{h\nu}\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_o}{\mu_o}}\int d^2r_1 \left| \mathcal{E}_s(\vec{r}_1)\mathcal{E}^*_{OL}(\vec{r}_1)e^{i(\omega_o-\omega_{oL})t} + cc\right| \quad (36)$$

et de (29)

$$i(t) = \frac{\eta e}{h\nu}\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_o}{\mu_o}}r_R\left[\mathcal{E}_o(\vec{r}_o)\int d^2r_1 \mathcal{E}^*_{OL}(\vec{r}_1)\frac{e^{ikR}}{R}e^{-i(\omega_o-\omega_{oL})t} + cc\right] \quad (37)$$

Si nous analysons la partie de l'équation (37) qui est dans l'intégrale, nous voyons qu'elle ressemble à l'équation de Kirchhoff de la diffraction de la lumière par un écran A_1 [6]

$$\mathcal{E}(\vec{r}_o) = \frac{k_o}{2\pi i}\int_{A_1}\frac{e^{ikR}}{R}\left(1+\frac{i}{kR}\right)\mathcal{E}(\vec{r}_1)\,d^2r_1 \quad (38)$$

Dans l'approximation de Fraunhofer $kR \to \infty$

$$\mathcal{E}(\vec{r}_o) = \frac{k_o}{2\pi i}\int_{A_1}\frac{e^{ikR}}{R}\mathcal{E}(\vec{r}_1)d^2r_1 \quad (39)$$

qui donne le champ en $\vec{r}_o$ construit à partir de la distribution du champ aux points $\vec{r}_1$ d'un écran A_1 pour $|\vec{r}_1 - \vec{r}_o|$ grand. Nous pouvons donc comprendre cette intégrale comme un champ virtuel dans la zone de diffusion reconstruit à partir du champ électrique O.L. sur le détecteur. Nous définirons ce champ O.L. par son complexe conjugué

$$\mathcal{E}^*_{OL}(\vec{r}_o) = \frac{1}{i\lambda_o}\int_{A_1} d^2r_1\,\mathcal{E}^*_{OL}(\vec{r}_1)\frac{e^{ikR}}{R} \quad (40)$$

et (37) devient :

$$i(t) = i\frac{\eta e}{h\nu}\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_o}{\mu_o}}\,r_R\,\lambda_o\left[\mathcal{E}_o(\vec{r}_o)\,\mathcal{E}^*_{OL}(\vec{r}_o) + cc\right] \quad (41)$$

Le courant sur le détecteur peut être vu comme dû au mouvement d'un centre diffuseur dans la forme d'interférence de $\mathcal{E}_o(\vec{r}_1)$ et $\mathcal{E}_{OL}(\vec{r}_1)$.

Les champs électriques des ondes optiques sont déterminés par leur phase et par la forme du profil transverse de leur amplitude.

$$\vec{E}_o(\vec{r}_o,t) = \vec{\mathcal{E}}_o\, u_o(\vec{r}_o)\, \exp\left[i(\vec{k}_o \cdot \vec{r}_o - \omega_o t)\right] \qquad (42)$$

$$\vec{E}_{OL}(\vec{r}_o,t) = \vec{\mathcal{E}}_{OL}\, u_{OL}(\vec{r}_o) \exp\left[i(\vec{k}_{OL}\cdot\vec{r}_o - \omega_{OL} t)\right. \qquad (43)$$

où $u_o(\vec{r}_o)$ et $u_{OL}(\vec{r}_o)$ sont des profils transverseaux des faisceaux primaire et O.L. respectivement. En admettant que ces profils restent identiques dans la zone de diffusion pour toute translation dans la direction de propagation, nous pouvons écrire (41) à partir de (42) et (43) comme

$$i(t) = iC\left\{U(\vec{r})\, \exp\left[-i(\vec{k}_\Delta\cdot\vec{r} - \omega_\Delta t) + U^*(r) \exp\, i(\vec{k}_\Delta\cdot\vec{r} - \omega_\Delta t)\right]\right\} \qquad (44)$$

où $$C = \lambda_o \frac{\eta e}{h\nu}\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_o}{\mu_o}}\, r_R\, \mathcal{E}_o\, \mathcal{E}_{OL} \qquad (45)$$

$U(\vec{r}) = u_o(\vec{r})\, u_{OL}(\vec{r})$ est le profil de la détection

$\vec{k}_\Delta = \vec{k}_{OL} - \vec{k}_o$

$\omega_\Delta = \omega_{OL} - \omega_o$

Diffusion par un ensemble de charges.

La diffusion est le résultat de la somme des contributions de tous les centres diffuseurs dans la zone éclairée par le faisceau incident. Cette somme de contributions peut être vue comme une intégrale à partir d'une distribution continue de densité. Le courant hétérodyne que nous détectons est donné par :

$$i(t) = iC\iiint d^3r\, n_o(\vec{r},t)\left\{U(\vec{r})\exp\left[-i(\vec{k}_\Delta.\vec{r})-\omega_\Delta t\right]\right.$$
$$\left. + U^*(\vec{r})\exp\left[i(\vec{k}_\Delta.\vec{t} - \omega_\Delta t)\right)\right]\Big\} \qquad (46)$$

où $n_o(\vec{r},t)$ est la densité et $\vec{k}_\Delta$ correspond au vecteur d'onde des fluctuations de densité qui sont à l'origine de la diffusion.

En effet, la diffusion de la lumière se fait de façon analogue à la diffraction de Bragg dans un cristal:(voir Fig. I.2) une onde incidente de vecteur d'onde $\vec{k}_o$ est diffusée dans la direction θ par une fluctuation de densité de vecteur d'onde $\vec{k}_\Delta$, l'onde diffusée à un vecteur d'onde $\vec{k}_s$.

Nous avons :

$$\vec{k}_\Delta = \vec{k}_s - \vec{k}_o$$

$$|\vec{k}_o| = |\vec{k}_s|$$

$$k_\Delta = 2k_o \sin\frac{\theta}{2} \quad (47) \quad \text{où } k = |\vec{k}| \text{ et}$$

$\frac{\theta}{2}$ est l'angle de Bragg.

Pour $\theta \ll 1$ $\qquad k_\Delta \simeq k_o\,\theta \qquad (48)$

L'équation (46) nous donne le courant hétérodyne en termes de la densité et du vecteur d'onde des fluctuations. La résolution dans l'espace réel est déterminée par la fonction $U(\vec{r})$ qui dépend uniquement des profils des champs optiques.

C - SPECTRE TEMPOREL DU COURANT DETECTE.

Si nous faisons passer le signal hétérodyne du détecteur par un analyseur de spectre, la quantité que nous mesurons est la densité spectrale du courant $I_s(\omega)$. La densité

spectrale est définie comme la transformée de fourier de la fonction de corrélation du courant

$$I_s(\omega) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} dt \int_{-\infty}^{\infty} d\tau\ i(t)\ i(t+\tau)\ \exp(i\omega\tau) \qquad (49)$$

Pour faire cette transformation, nous utilisons la transformée de fourier spatiale et temporelle de la densité

$$n_o(\vec{k},\omega) = \iiint\int d^3r\ dt\ n_o(\vec{r},t)\ \exp\left[-i(\vec{k}.\vec{r} - \omega t)\right] \qquad (50)$$

et la définition de la densité spectrale des fluctuations de densité

$$S(k,\omega) = \lim_{\substack{T\to\infty \\ V\to\infty}} \frac{1}{TV} \frac{<|n(\vec{k},\omega)|^2>}{n_o} \qquad (51)$$

A partir de (46) à (51) nous arrivons à :

$$I_s(\omega) = C^2 n_o \frac{1}{(2\Pi)^3} \iiint d^3k |W(\vec{k}_\Delta - \vec{k})|^2 \left[S(\vec{k},\omega-\omega_\Delta) + S(\vec{k},\omega+\omega_\Delta)\right] \qquad (52)$$

où $W(\vec{k})$ est la transformée de fourier du profil de la détection

$$W(\vec{k}) = \iiint d^3r\ U(r)\ \exp(-i\vec{k}.\vec{r}) \qquad (53)$$

Pour éviter des confusions avec les autres définitions se trouvant dans la littérature, nous voulons préciser que dans le présent travail, nous appelons détection hétérodyne le cas $\omega_\Delta \neq 0$, c'est-à-dire $\omega_o \neq \omega_{OL}$, et détection homodyne $\omega_\Delta = 0$.

Dans la pratique, nous n'observons pas simultanément les deux termes de l'équation (52). Dans notre expérience $\omega_\Delta = 40$ MHz. Si nous regardons à une fréquence proche de ω_Δ, le terme en $\omega + \omega_\Delta$ sera en haute fréquence de l'ordre de

$2\omega_\Delta \sim 80$ MHz. Pour voir ceci plus clairement, faisons le changement de variable $\omega' = \omega_\Delta - \omega$, l'éq. (52) devient

$$I_s(\omega_\Delta - \omega') = C^2 n_o \frac{1}{(2\Pi)^3} \iiint d^3k \left| W(\vec{k}_\Delta - \vec{k}) \right|^2 \left[S(\vec{k},\omega') + S(\vec{k},2\omega_\Delta - \omega') \right] \tag{54}$$

Comme dans notre expérience $S(\vec{k},\omega \simeq 80 \text{ MHz}) \ll S(\vec{k},\omega \simeq \text{KHz})$, nous gardons dans la suite seulement le terme en basse fréquence

$$I_s(\omega) = C^2 n_o \frac{1}{(2\Pi)^3} \iiint d^3k \left| W(\vec{k}_\Delta - \vec{k}) \right|^2 S(\vec{k},\omega - \omega_\Delta) \tag{55}$$

L'équation (55) met en évidence l'avantage de la détection héterodyne : nous aurons deux spectres différents selon que la fréquence soit positive ou négative : $I_s(\omega) \neq I_s(-\omega)$ autour de ω_Δ. Cette détection est sensible à la direction de propagation des fluctuations.

D - RAPPORT SIGNAL SUR BRUIT.

Dans la détection héterodyne, le bruit est au minimum le bruit de grenaille du courant photoélectrique produit par l'oscillateur local. On peut atteindre cette limite de sensibilité qui nous servira de référence. La densité spectrale de ce bruit $I_n(\omega)$ est indépendante de la fréquence et proportionnelle à la puissance de l'oscillateur local

$$I_n(\omega) = \frac{\eta}{h\nu} \frac{e^2}{\Pi} P_{OL} \tag{56}$$

De (55) et (54) on déduit le rapport signal sur bruit

$$\frac{I_s(\omega)}{I_n(\omega)} = \frac{\eta}{h\nu} P_o \frac{\lambda^2}{w_o^4} r_R^2 n_o \frac{1}{2\Pi^4} \iiint d^3k \left| W(\vec{k}_\Delta - \vec{k}) \right|^2 S(\vec{k},\omega - \omega_\Delta) \tag{57}$$

Nous remarquons que dans l'espace des $\vec{k}$, la résolution est déterminée par la fonction de pondération $W(\vec{k}_\Delta - \vec{k})$.

Cette fonction dépend des profils électromagnétiques et de la géométrie du système qui détermine le volume de diffusion.

E - RESOLUTION SPATIALE.

Analysons le cas précis qui nous intéresse, c'est-à-dire, l'expression de $I_s(\omega)$ pour la géométrie et les profils propres à notre expérience.

Nos deux champs optiques proviennent du même laser et ont des profils gaussiens

$$u_o(\vec{t}) = \exp\left\{-\frac{1}{w_o^2}\left[x^2 + \left(y+z\tan\frac{\theta}{2}\right)^2 \cos^2\frac{\theta}{2}\right]\right\} \qquad (58)$$

$$u_{OL}(\vec{r}) = \exp\left\{-\frac{1}{w_o^2}\left[x^2 + \left(y-z\tan\frac{\theta}{2}\right)^2 \cos^2\frac{\theta}{2}\right]\right\} \qquad (59)$$

$$U(\vec{r}) = \exp\left[-\frac{2}{w_o^2}\left(x^2 + y^2 + \frac{\theta^2 z^2}{4}\right)\right] \qquad (60)$$

Pour les coordonnées voir Fig. I.3. w_o est la taille du faisceau et θ l'angle de diffusion. $\tan\frac{\theta}{2} \simeq \frac{\theta}{2}$.

De la figure I.4 nous pouvons voir que la longueur d'intersection entre les deux faisceaux local et primaire est $D = \frac{2w_o}{\sin\frac{\theta}{2}} \simeq \frac{4w_o}{\theta}$ correspondant à la diagonale majeure du losange formé par l'intersection des deux voies. Chaque côté du parallélipipède a une longueur égale à $\frac{2w_o}{\sin\frac{\theta}{2}}$ où w_o est le diamètre du faisceau et θ l'angle de diffusion. Dans le domaine des petits angles où nous travaillons, cette longueur est beaucoup plus grande que la longueur dans laquelle existent les fluctuations que nous étudions et que nous désignerons par L. D et L sont dans le plan yz.

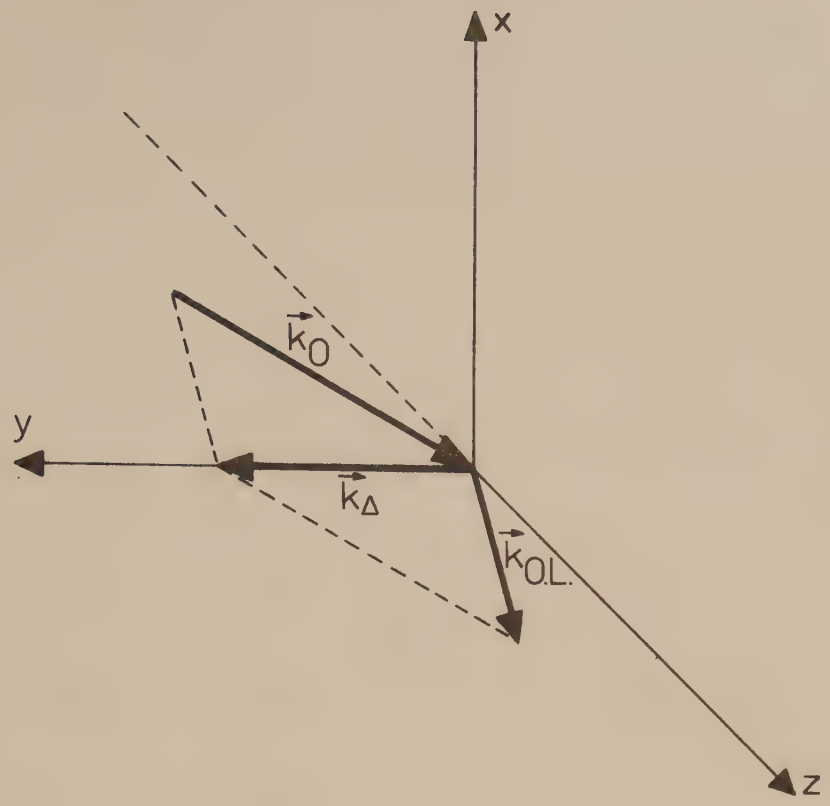


Fig. I.3 - Coordonnées dans la zone de diffusion

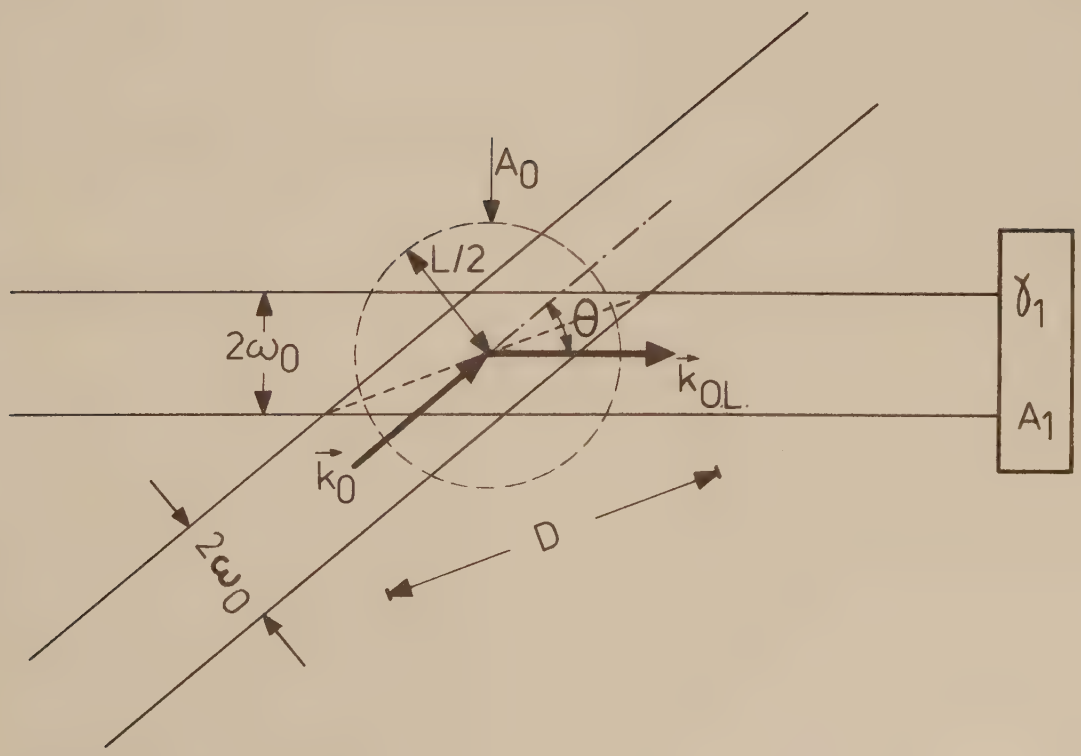


Fig. I.4 - Plan de la diffusion

Calculons maintenant $W(\vec{k}_\Delta - \vec{k})$ à partir de l'expression (53) avec l'origine des coordonnées comme montre la fig. I.3. Nous multiplions la fonction U(r) {éq. (60)}, par une fonction créneau de z égale à 1 pour $z \in [-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}]$ et nulle dehors

$$W(\vec{k}_\Delta - \vec{k}) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dz \exp\left[-\frac{2}{w_o^2}\left(x^2+y^2+\frac{z^2\theta^2}{4}\right)\right] \cdot$$

$$\exp\left\{-i\left[k_x.x+(k_\Delta-k_y).y + k_z.z\right]\right\} \qquad (61)$$

où nous faisons l'approximation $\theta \sim 0$ dans le profil

$$W(\vec{k}_\Delta - \vec{k}) = \Pi w_o^2 \frac{\sin\frac{k_z L}{2}}{k_z} \exp\left\{-\frac{w_o^2}{8}\left[k_x^2+[k_\Delta-k_y]\right]^2\right\} \qquad (62)$$

De (55) et (60)

$$I_s(\omega) = C^2 n_o \frac{1}{(2\Pi)^3} \Pi^2 w_o^4 \int d^3k \frac{\sin^2\frac{k_z L}{2}}{k_z^2} \cdot$$

$$\exp\left\{-\frac{w_o^2}{4}\left[k_x^2+(k_\Delta-k_y)^2\right]\right\} S(\vec{k}, \omega-\omega_\Delta) \qquad (63)$$

F - RESOLUTION SPECTRALE.

La connaissance de $W(\vec{k}_\Delta - \vec{k})$ nous permet maintenant de calculer la résolution $\Delta k^3 = (\Delta k_x)(\Delta k_y)(\Delta k_z)$ que nous définissons par les égalités suivantes

$$\Delta k_x |W_{MAX}(k_x)|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} dk_x |W(k_x)|^2 \qquad (64)$$

$$\Delta k_y |W_{MAX}(k_y)|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} dk_y |W(k_y)|^2 \qquad (65)$$

$$\Delta k_z |W_{MAX}(k_z)|^2 = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dk_z |W(k_z)|^2 \qquad (66)$$

de (62)

$$W_{MAX}(k_x) = W_{MAX}(k_y) = \sqrt{\Pi}\, w_o \qquad (67)$$

$$W_{MAX}(k_z) = \frac{L}{2} \qquad (68)$$

et avec (64) - (66)

$$\Delta k_x = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} dk_x \, \Pi w_o^2 \exp\left[\frac{-w_o^2 k_x^2}{4}\right]}{\Pi w_o^2} = \frac{2\sqrt{\Pi}}{w_o} = \Delta k_y \qquad (69)$$

$$\Delta k_z = \frac{\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dk_z \, \frac{\sin^2 \frac{k_z L}{2}}{k_z^2} \, dk_z}{L^2/4} = \frac{2\Pi}{L} \qquad (70)$$

et

$$\Delta k^3 = \frac{8\Pi^2}{w_o^2 L} \qquad (71)$$

G - CALIBRATION DE LA DENSITE SPECTRALE ET DU TAUX DE FLUCTUATIONS.

La mesure que nous faisons est intégrée dans un volume Δk^3 dans l'espace des nombres d'onde (éq. 71) déterminé par l'optique. Si dans ce volume nous pouvons supposer que $S(\vec{k},\omega)$ est une fonction qui varie lentement, alors que $W(\vec{k}_\Delta - \vec{k})$ est une fonction très piquée autour de $\vec{k}_\Delta$; alors nous pouvons exprimer $W(\vec{k}_\Delta - \vec{k})$ à l'aide des relations (64) à (71) comme une fonction $\delta(\vec{k} - \vec{k}_\Delta)$

$$|W(\vec{k}_\Delta - \vec{k})|^2 = 2\Pi^4 w_o^2 L \, \delta(\vec{k} - \vec{k}_\Delta) \qquad (72)$$

et (57) devient

$$\frac{I_s(\omega)}{I_n} = \frac{\eta}{h\nu} P_o \lambda_o^2 r_R^2 n_o \frac{L}{w_o^2} S(\vec{k}_\Delta, \omega - \omega_\Delta) \qquad (73)$$

Inversement, nous pourrons utiliser le rapport observé $I_s(\omega)/I_n$ pour déduire la densité spectrale des fluctuations.

Pour $\omega' = \omega_\Delta - \omega$

$$S(\vec{k}_\Delta, \omega') = \frac{h\nu}{\eta P_o} \frac{w_o^2}{\lambda_o^2 n_o L} \frac{1}{r_R^2} \frac{I_s(\omega_\Delta - \omega')}{I_n} \qquad (74)$$

$S(\vec{k}\omega)$ à la dimension d'un temps.

Si nous appelons le spectre de $\vec{k}_\Delta$ le spectre intégré sur toutes les fréquences

$$S(\vec{k}_\Delta) \equiv \int d\omega \; S(\vec{k}_\Delta, \omega) \qquad (75)$$

$S(\vec{k})$ est une quantité sans dimensions. A partir de (73) et en intégrant en fréquences

$$\int \frac{I_s(\omega)}{I_n} d\omega = \frac{\eta}{h\nu} P_o \lambda_o^2 r_R^2 n_o \frac{L}{w_o^2} S(\vec{k}_\Delta) \qquad (76)$$

et donc

$$S(\vec{k}_\Delta) = \frac{h\nu}{\eta P_o} \frac{w_o^2}{P_o \lambda_o^2 n_o L r_R^2} \int \frac{I_s(\omega)}{I_n} d\omega \qquad (77)$$

Nous re-écrivons (76) dans la forme

$$\int \frac{I_s(\omega)}{I_n} d\omega = 2\Pi^2 \frac{\eta P_o}{h\nu} \lambda_o^2 r_R^2 L^2 n_o \frac{1}{(2\Pi)^4} \int d\omega \, \Delta k^3 \, S(\vec{k}_\Delta, \omega - \omega_\Delta) \qquad (78)$$

Cette expression nous permettra de relier le rapport signal sur bruit avec une quantité beaucoup plus intuitive que la densité spectrale. En effet, la valeur quadratique moyenne de la fluctuation de densité moyennée sur le temps et les positions, $< \tilde{n}^2 >$, est liée à la densité spectrale par

$$< \tilde{n}^2 > = \frac{n_o}{(2\Pi)^4} \iiint d\omega \, d^3k \, S(\vec{k}, \omega) \qquad (79)$$

où n_o est la densité moyenne. A partir de (79) nous définissons une valeur quadratique moyenne $< \tilde{n}^2 >_\Delta$ indiquée dans Δk^3 liée directement à nos mesures

$$< \tilde{n}^2 >_\Delta \equiv \frac{n_o}{(2\Pi)^4} \int d\omega \, \Delta k^3 \, S(\vec{k}_\Delta, \omega) \qquad (80)$$

D'où

$$\int \frac{I_s(\omega)}{I_n} d\omega = 2\Pi^2 \frac{\eta}{h\nu} P_o \lambda_o^2 r_R^2 L^2 < \tilde{n}^2 >_\Delta \qquad (81)$$

et

$$< \tilde{n}^2 >_\Delta = \frac{1}{2\Pi^2} \frac{h\nu}{\eta P_o} \frac{1}{\lambda_o^2 L^2 r_R^2} \int \frac{I_s(\omega)}{I_n} d\omega \qquad (82)$$

Nous définissons aussi le taux de fluctuation relatif f par

$$f = \sqrt{\frac{\langle \tilde{n}^2 \rangle_\Delta}{n_o^2}} \tag{83}$$

alors

$$f^2 \equiv \frac{\langle \tilde{n}^2 \rangle_\Delta}{n_o^2} = \frac{1}{2\Pi^2 n_o^2} \frac{h\nu}{\eta P_o} \frac{1}{\lambda_o^2 L^2 r_R^2} \int \frac{I_s(\omega)}{I_n} d\omega \tag{84}$$

Le spectre $S(\vec{k})$ et le carré du taux de fluctuation f^2 sont reliés d'une façon simple comme nous pouvons voir de (77) et (84)

$$S(\vec{k}) = \frac{(2\Pi)^4 n_o}{\Delta k^3} f^2 \tag{85}$$

Jusqu'à maintenant, nous avons trouvé des expressions exactes (74), (77) et (85) déduites directement des expressions théoriques et qui nous permettent en principe de calibrer nos mesures. Dans la pratique, nous pouvons trouver des expressions beaucoup plus opérationnelles liées directement à la lecture que nous faisons sur l'analyseur de spectre.

A défaut d'intégrer point par point le spectre $I_s(\omega)$, nous multiplions la hauteur du pic maximal par la largeur en pulsation $\Delta\omega$ à moins trois décibels en dessous de ce pic et nous utilisons les unités en décibel

$$A = 10(\log I_{s_{max}} - \log I_n) = 10 \log \frac{I_{s_{max}}}{I_n} \tag{86}$$

$$\frac{I_{s_{max}}}{I_n} = 10^{A/10} \tag{87}$$

et

$$a(\omega) = 10\left(\log I_s(\omega) - 10 \log I_n\right) = 10 \log \frac{I_s(\omega)}{I_n} \tag{88}$$

$$\frac{I_s(\omega)}{I_n} = 10^{a/10} \tag{89}$$

avec ces définitions (74, (77) et (85) deviennent

$$S(\vec{k}_\Delta, \omega) = \frac{h\nu}{\eta P_o} \frac{w_o^2}{\lambda_o^2 n_o L r_R^2} 10^{a/10} \tag{90}$$

$$S(\vec{k}_\Delta) = \frac{h\nu}{\eta P_o} \frac{w_o^2}{\lambda_o^2 n_o L r_R^2} 10^{A/10} \Delta\omega \qquad (91)$$

$$f_\Delta^2 = \frac{1}{2\Pi^2 n_o^2} \frac{h\nu}{\eta P_o} \frac{1}{\lambda_o^2 L^2 r_R^2} 10^{A/10} \Delta\omega \qquad (92)$$

Lorsqu'au lieu d'étudier la diffusion par les atomes polarisables (atmosphère), on observe la diffusion par des électrons (diffusion thomson dans un plasma), on utilisera les mêmes équations que précédemment en remplaçant r_R par r_o le rayon de Thomson de l'électron

$$r_o = \sqrt{\frac{\mu_o e^2}{4\Pi m_c}}$$

C H A P I T R E I I

MONTAGE EXPERIMENTAL

CHAPITRE II

MONTAGE EXPERIMENTAL

A - PRESENTATION D'ENSEMBLE.

La figure II montre le montage expérimental. Nous envoyons la lumière provenant d'un laser CO_2 dans un cristal de germanium utilisé en modulateur acousto-optique (MAO). Dans ce cristal, une onde de compression progressive de fréquence 40 MHz est excitée par un quartz piezzoélectrique. Une partie du faisceau incident est diffractée sur cette onde à l'angle de Bragg (voir éq. I.47) comme nous décrirons plus loin. Cette partie diffractée forme la voie O.L. ; elle est déplacée en fréquence de 40 MHz par rapport à la fréquence du laser incident. La partie principale du faisceau traverse le modulateur sans être modifié ; c'est la voie primaire.

Après le modulateur, le faisceau primaire est envoyé dans la zone de diffusion. Le faisceau O.L. traverse aussi la zone de diffusion faisant un angle θ avec le primaire. Après, il est envoyé directement sur le photo détecteur.

Sur le détecteur arrivent deux champs électriques : l'oscillateur local et la partie du primaire qui est diffusée dans la direction de l'O.L. Le mélange optique reçu par le détecteur photosensible crée un courant qui est envoyé dans l'analyseur de spectre. La figure II.2 montre le montage expérimental vu de la zone de diffusion ou la turbulence est crée. Au fond à droite nous voyons le laser et à gauche le détecteur.

B - L'OPTIQUE.

Une bonne expérience de diffusion qui puisse être décrite effectivement par les équations du chapitre I, nécessite un faisceau monofréquence avec un bon profil spatial

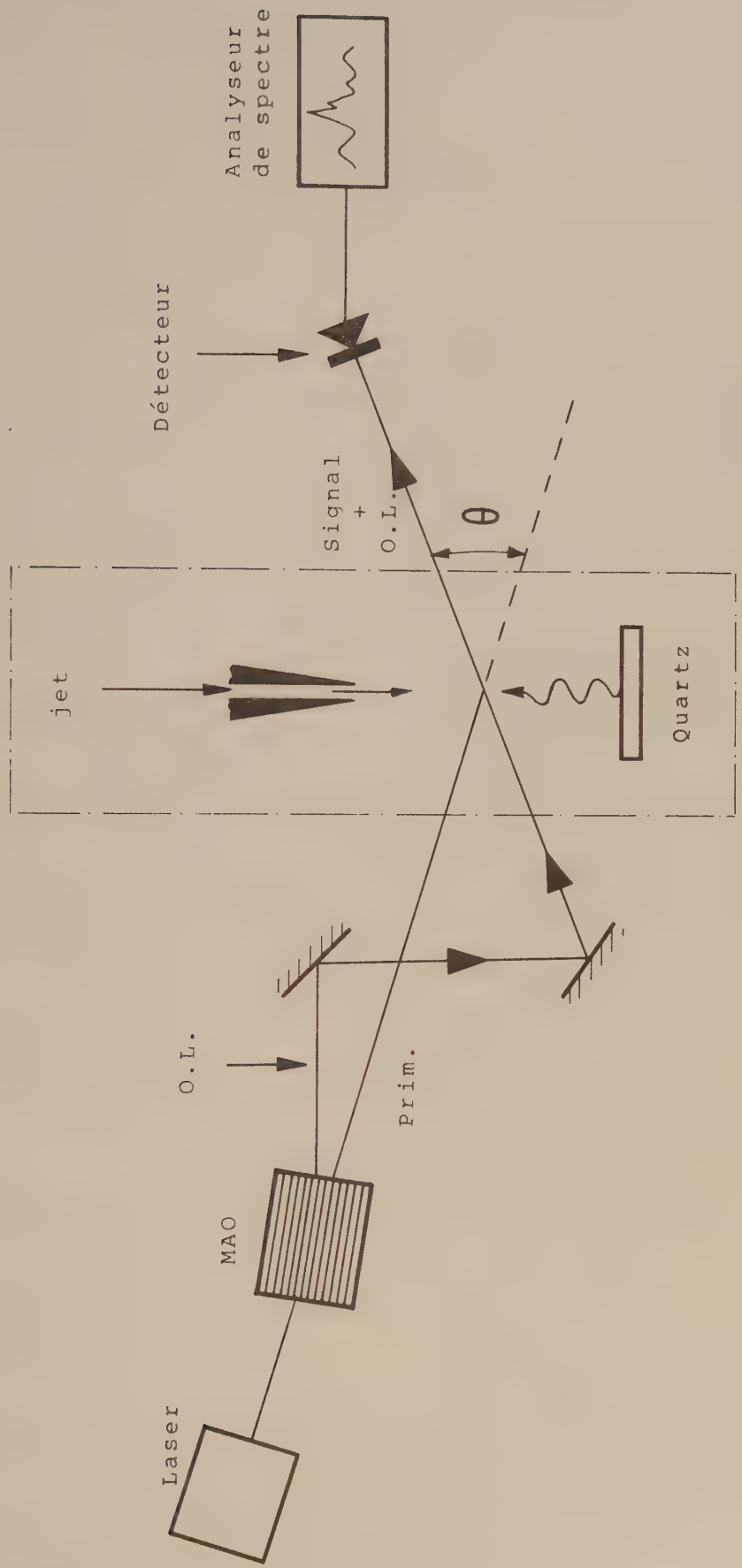


Fig. II.1 - Schéma du montage expérimental

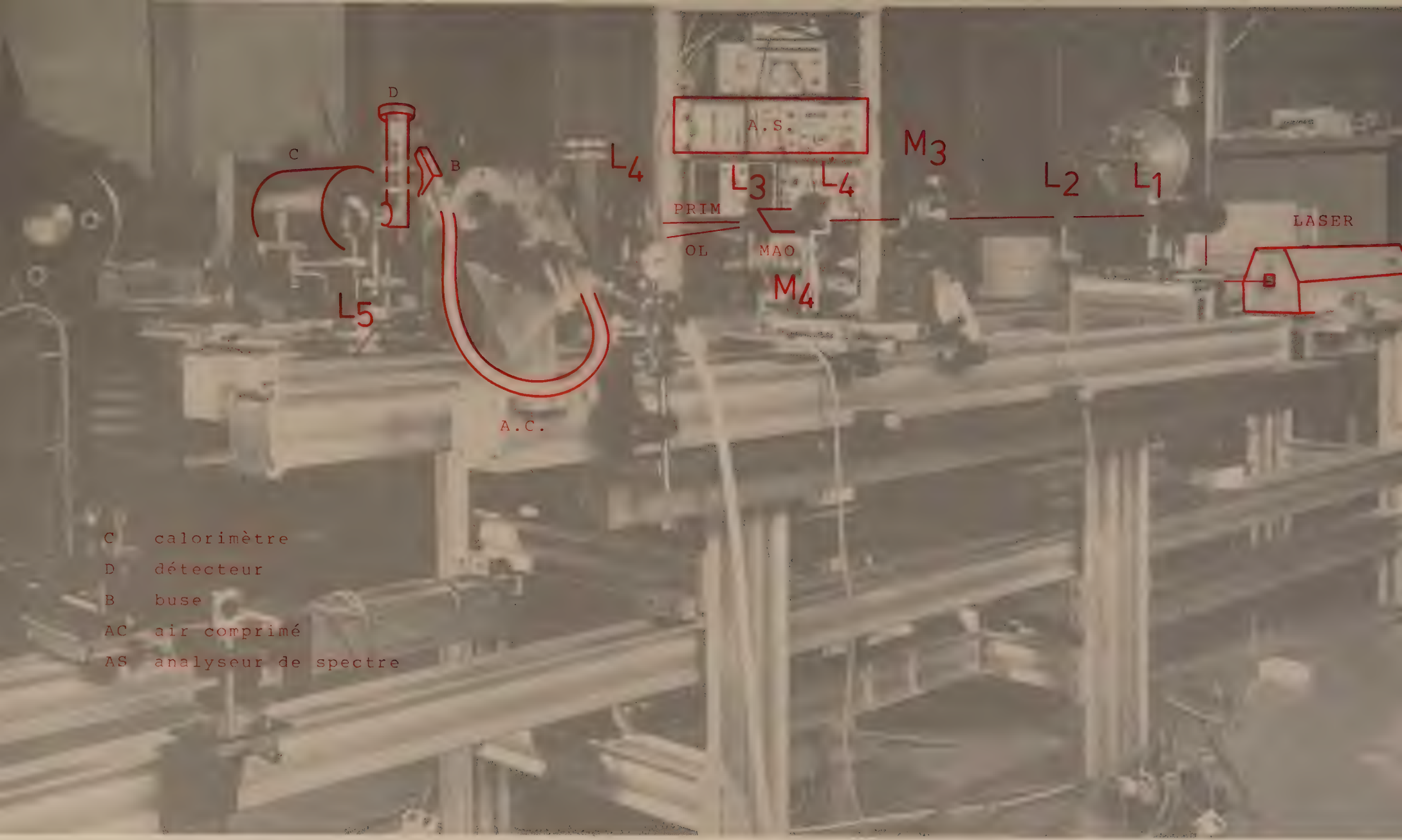


Fig. II.2 - Montage expérimental

Fig. II.2 - Montage expérimental

As suivant de abscisse

Vc air comprimé

1 pupe

2 détecteur

3 collimateur

transverse gaussien. Pour cela, il faut que le faisceau sortant du laser présente lui-même ces qualités et qu'aucun des éléments optiques ne les fasse perdre le long du trajet.

Notre laser est un PL1 Edinburgh dont les caractéristiques données par le fabriquant apparaissent dans la table II.1.

Nous avons étudié les deux caractéristiques du laser les plus importantes pour notre expérience : la forme des profils et l'unicité de sa fréquence. L'analyse de l'unicité de fréquence a besoin de tout système de détection et sera donc décrit à la fin du chapitre.

Pour analyser la forme du profil, nous avons monté un détecteur pyroélectrique PLT 522 (voir table II.1) sur une platine UT 100 Micro-Contrôle à microdéplacement commandée par un moteur à courant continu (voir fig. II.3) En faisant une détection synchrone entre le signal du détecteur et celui provenant du modulateur d'amplitude du faisceau (chopper), nous pouvons tracer le profil en puissance sur une table XY.

Nous avons vérifié que le profil du faisceau est gaussien et à symétrie radiale (fig. II.4a et II.4b).

Nous avons tracé les profils de puissance horizontal et vertical du faisceau pour différentes distances z. Ces profils sont de la forme :

$$P = P_o \exp \frac{-2x^2}{w^2} \qquad (1) \quad \text{profil vertical}$$

$$\text{et} \quad P = P_o \exp \frac{-2Y^2}{w^2} \qquad (2) \quad \text{profil horizontal.}$$

Pour chaque profil, nous avons calculé sa largeur w à $1/e^2$ du maximum par deux méthodes. D'abord, nous l'avons mesuré directement sur les profils tracés. Après, nous l'avons fait en calculant la pente par moindres carrés de la droite

$$\sqrt{\ell n \frac{P_o}{P}} = \frac{\sqrt{2}x}{w} \qquad (3)$$

TABLE II.I

LASER PL1 EDINGBURGH.

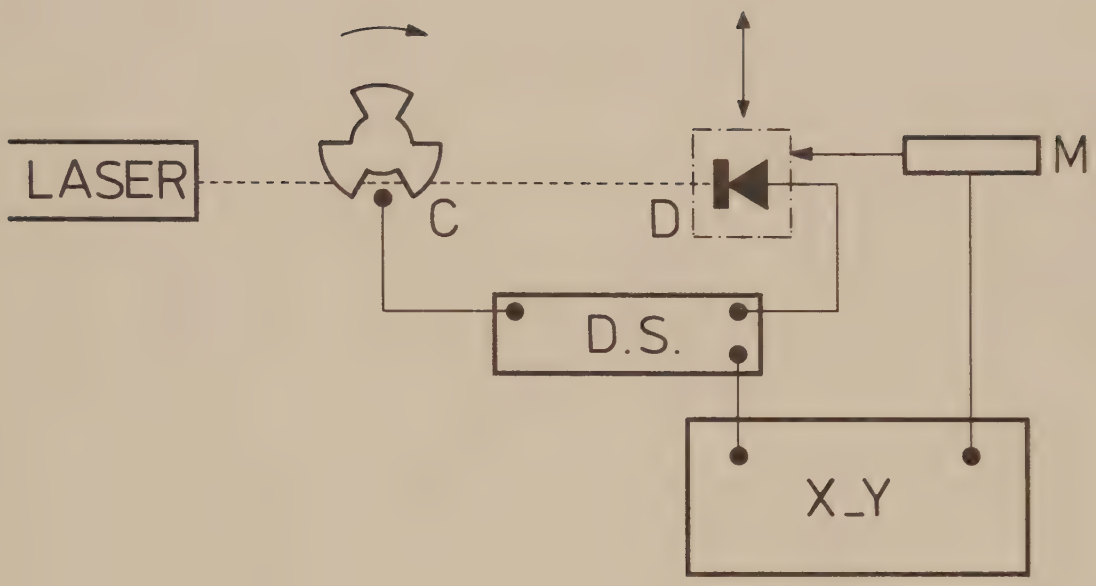
longueur d'onde	10.6×10^{-6} m
puissance	2W
polarisation	horizontale
diamètre du faisceau	3.5×10^{-3} m
divergence du faisceau	4m rad
stabilité en fréquence	mieux que 300Khz à court terme
mode transversal	TE M_{oo}
rayon de courbure du miroir arrière	3m
longueur de la cavité	.545 m

DETECTEUR PYROELECTRIQUE PLT 522 ORIEL.

surface	2 x 2 mm
NEP	2×10^{-9} $WHz^{-1/2}$
réponse	50 V/W
polarisation	+5 à +9 volts max 15 volts

MODULATEUR ACOUSTO-OPTIQUE ISOMET 1207A-6 OPTILAS.

longueur d'onde	10.6×10^{-6} m	
ouverture	6mm	
fréquence centrale	40MHz	vérification par Optilas de :
puissance maximale de la source RF	12 W	efficacité de déflection 27% à RW
		perte optique 8% à 10.6 µ
angle de Bragg $\theta/2$	38.5 rad	
vitesse acoustique	5.5 mm/µsec.	



C : MODULATEUR D'AMPLITUDE

D.S.: DETECTEUR SYNCHRONE

D : DETECTEUR PYROELECTRIQUE PLT522

M : MOTEUR A COURANT CONTINU

X Y : TABLE TRAÇANTE

Fig. II.3 - Schéma de détection du profil radial des faisceaux laser

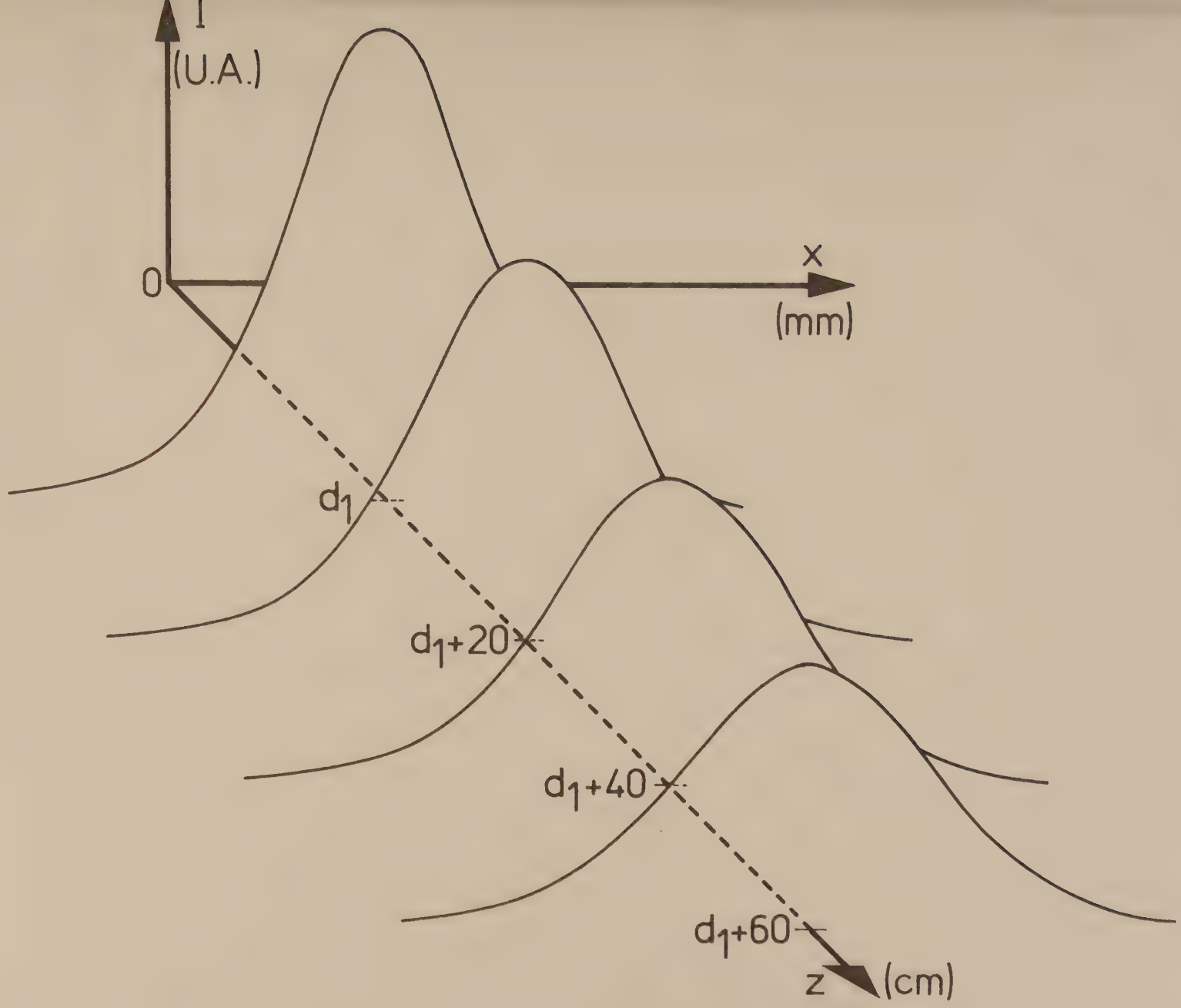


Fig. II.4a - Variation du profil horizontal du faisceau avec la distance au laser

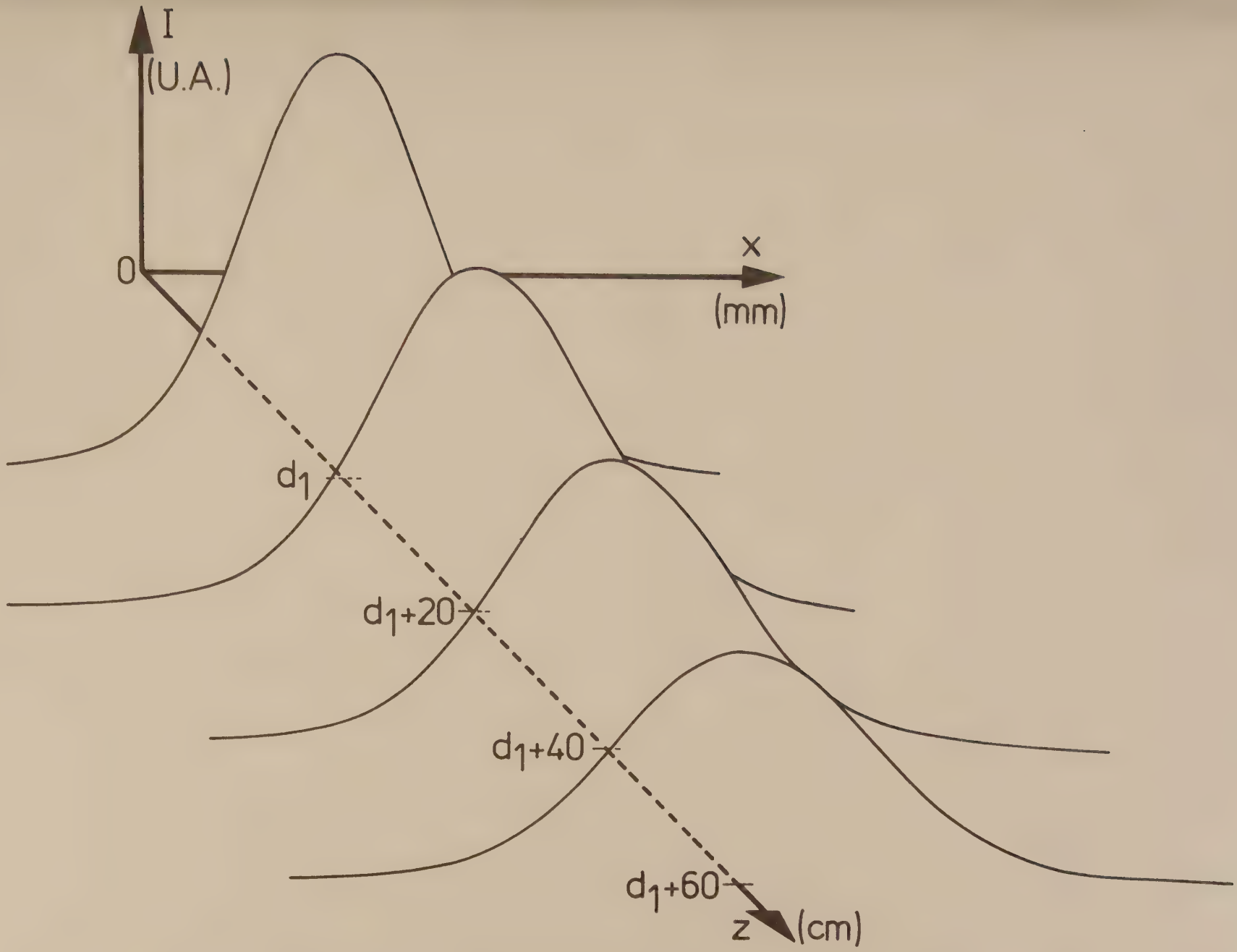


Fig. II.4b - Variation du profil vertical du faisceau avec la distance au laser

La variation de w avec la distance z apparaît dans les figures II.5(a) et II.5(b) A partir de ces figures nous pouvons calculer la valeur de la taille * w_o et sa position z_o avec les formules habituelles de l'optique des faisceaux gaussiens [3]

$$\text{tg } \Delta\theta \sim \Delta\theta = \frac{\lambda}{\Pi w_o} \qquad (4)$$

divergence du faisceau

$$\text{et} \quad z = \frac{\Pi w_o^2}{\lambda_o} \sqrt{\left(\frac{w}{w_o}\right)^2 - 1} \qquad (5)$$

qui relie w, w_o et z.

Pour les distances assez grandes, tg $\Delta\theta$ coïncide avec la pente de w vs z.

Nous avons trouvé que la taille au pincement** est égale à $1.3\ 10^{-3}$m (± 5%) et située dans la cavité laser près du miroir arrière. Nous avons aussi mesuré la puissance de sortie du laser et nous avons trouvé 700 mW. Ces valeurs ne correspondent que d'assez loin avec celles données par le fabriquant (table II.1).

Nous voulons faire noter aussi que les valeurs du rayon de courbure et de la longueur de la cavité données par le fabriquant, font prévoir également une valeur un peu différente de la taille qui apparaît dans la table II.1.

De la formule

$$w_o^2 = \frac{\lambda_o}{\Pi}\left[d(R - d)\right]^{1/2} \qquad (6)$$

R rayon de courbure
d longueur de la cavité

et à partir des valeurs de R et d de la table II.1, nous

* La taille est la demi-largeur à 1/e en amplitude du champ électrique.

** Le pincement est la position où les surfaces d'onde sont planes. A cette position correspond aussi la taille la plus faible.

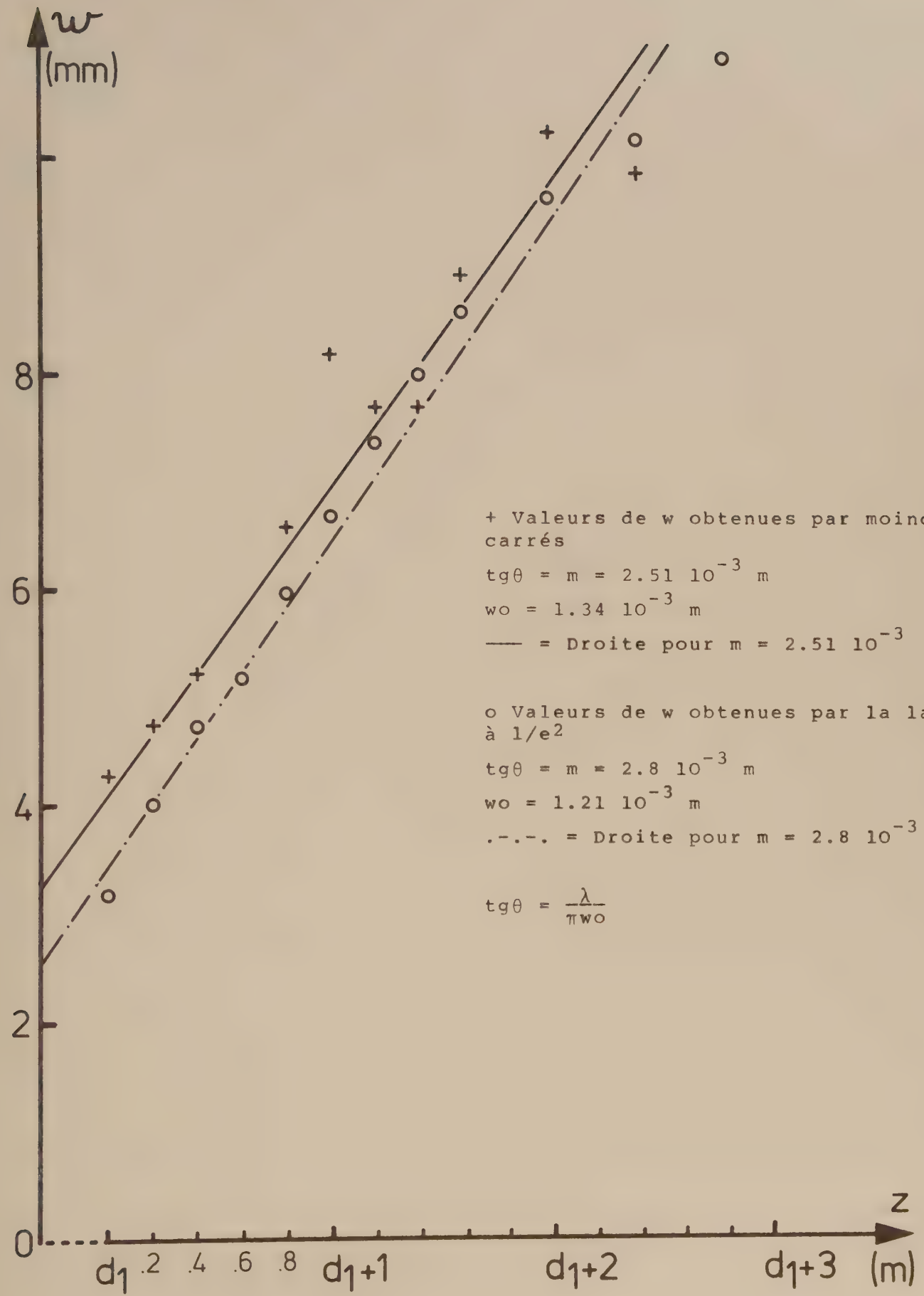


Fig. II.5a - Profil horizontal du faisceau

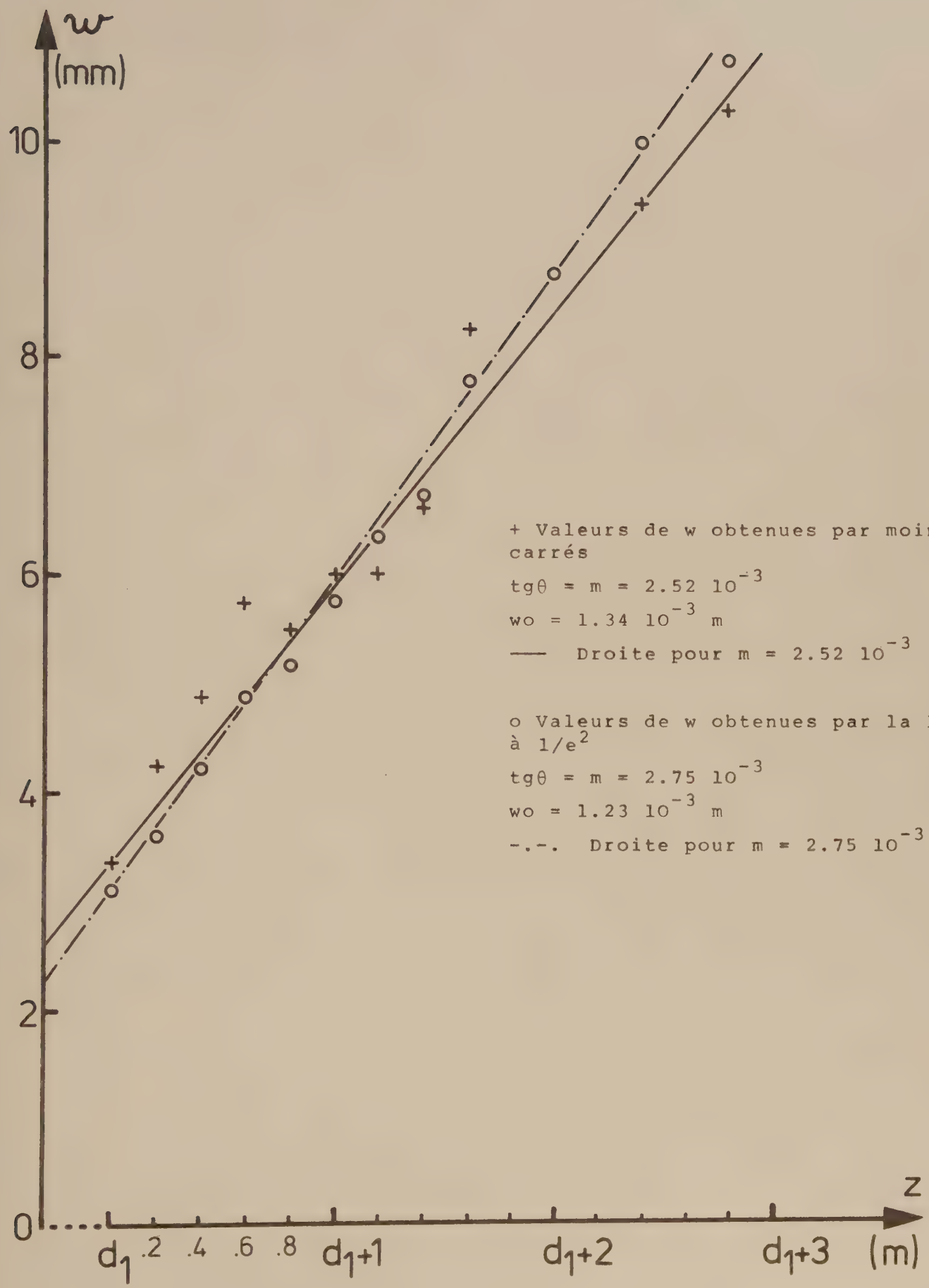


Fig. II.5b - Profil vertical du faisceau

devrions trouver en effet,

$$w_o = 1.9 \times 10^{-3} m.$$

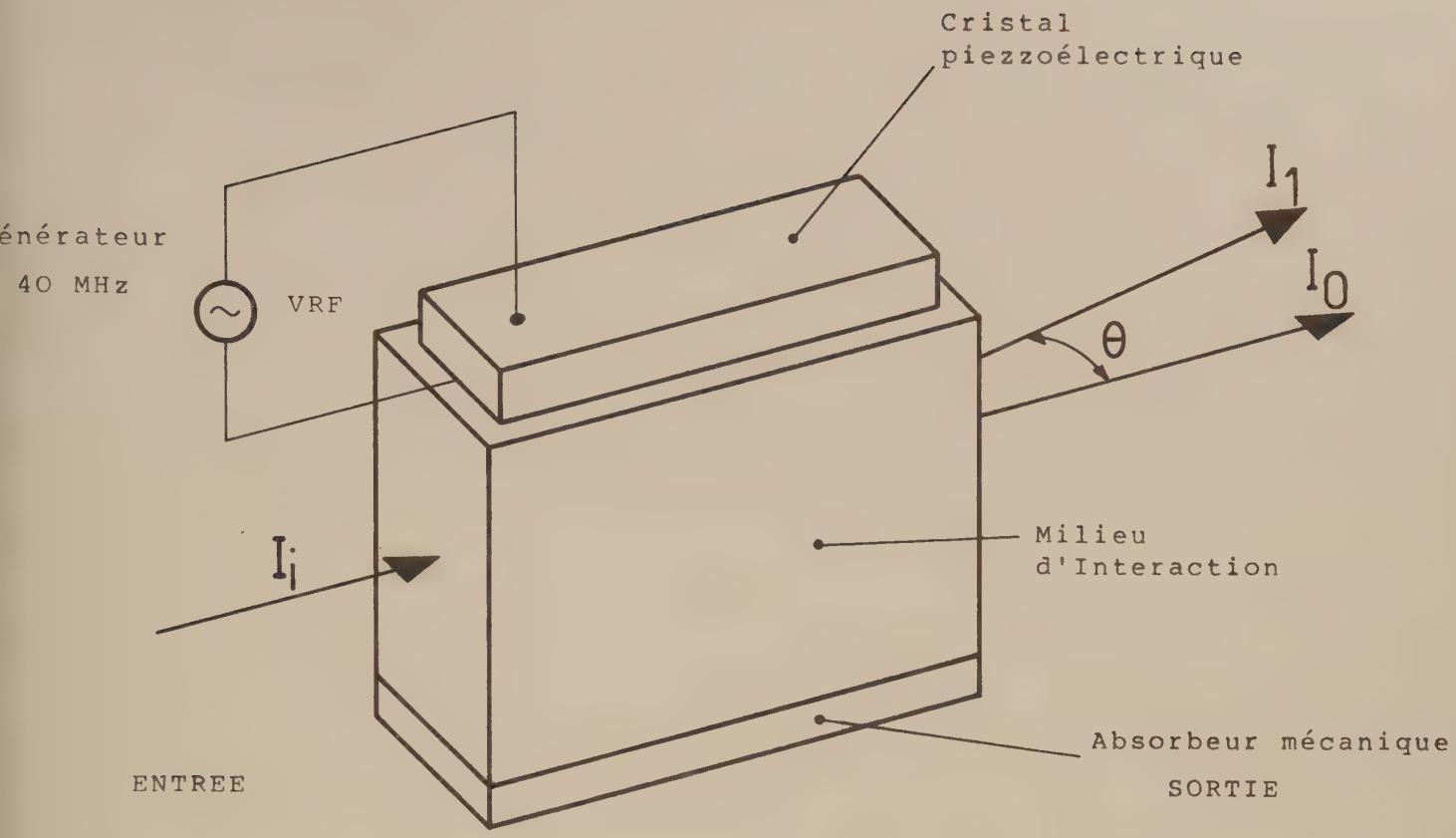
Revenons à la figure II.1. Le faisceau laser est envoyé sur le modulateur acousto-optique ISOMET 1207A-6 (voir table II.1). Le MAO est lié à un oscillateur de 40 MHz de fréquence. Cette tension est appliquée entre les deux faces d'un cristal piézoélectrique, qui oscille et crée une onde de compression qui se propage dans le milieu d'interaction avec une vitesse v (voir figure II.6). Le faisceau laser, en traversant le modulateur, est diffracté comme par un réseau [6]. Le premier ordre de la diffraction correspond à l'angle de Bragg

$$\theta = \frac{\lambda_o f}{v} \qquad (7)$$

La proportion de lumière déviée et déplacée en fréquence, par rapport à la lumière transmise sans modification, dépend de l'intensité de l'onde acoustique et donc de la puissance du générateur à 40 MHz. Cette dépendance est linéaire pour des valeurs faibles de puissance déviée.

Avec le générateur dont nous disposons, nous pouvons ajuster la puissance de l'O.L. entre 0 et 70 mW. Cette caractéristique est spécialement avantageuse pour permettre du faire un alignement commode avec un faisceau assez puissant, car il peut être facilement détecté avec des plaques thermosensibles (à fluorescence ou à cristaux liquides) ; puis de réduire cette puissance pour atteindre le détecteur en dessous de son seuil de tolérance (voir table II.2).

L'expérience nous a montré qu'il y a une taille optimale du faisceau à l'intérieur du modulateur pour que la voie oscillateur locale ne soit pas déformée. Si la taille est trop petite, l'O.L. n'a plus de symétrie radiale et il y a des effets de diffraction dans les bords à cause de la divergence



I_i faisceau incident.

I_o faisceau transmis sans modification.

I_1 faisceau déplacé en fréquence et dévié d'un angle θ.

Angle de Bragg θ/2.

L'absorbeur mécanique élimine l'onde longitudinale pour éviter les ondes stationnaires et qu'il n'y ait pas des ondes de compression que dans un seul sens.

Fig. II.6 - Modulateur Acousto Optique

(voir éq. II.4). De tels effets de diffraction se produisent également si par contre la taille est trop grande. Nous avons donc mis un système de deux lentilles : L_1 et L_2, fig. II.7, (toutes les lentilles sont en Z_nS_e), devant le MAO, pour atteindre la taille voulue.

Après le modulateur, chaque faisceau passe par un autre système de deux lentilles, la première étant commune (L_3, L_4 et L'_4, fig. II.7). Cette paire crée la taille voulue (10^{-3}m) dans la zone de diffusion.

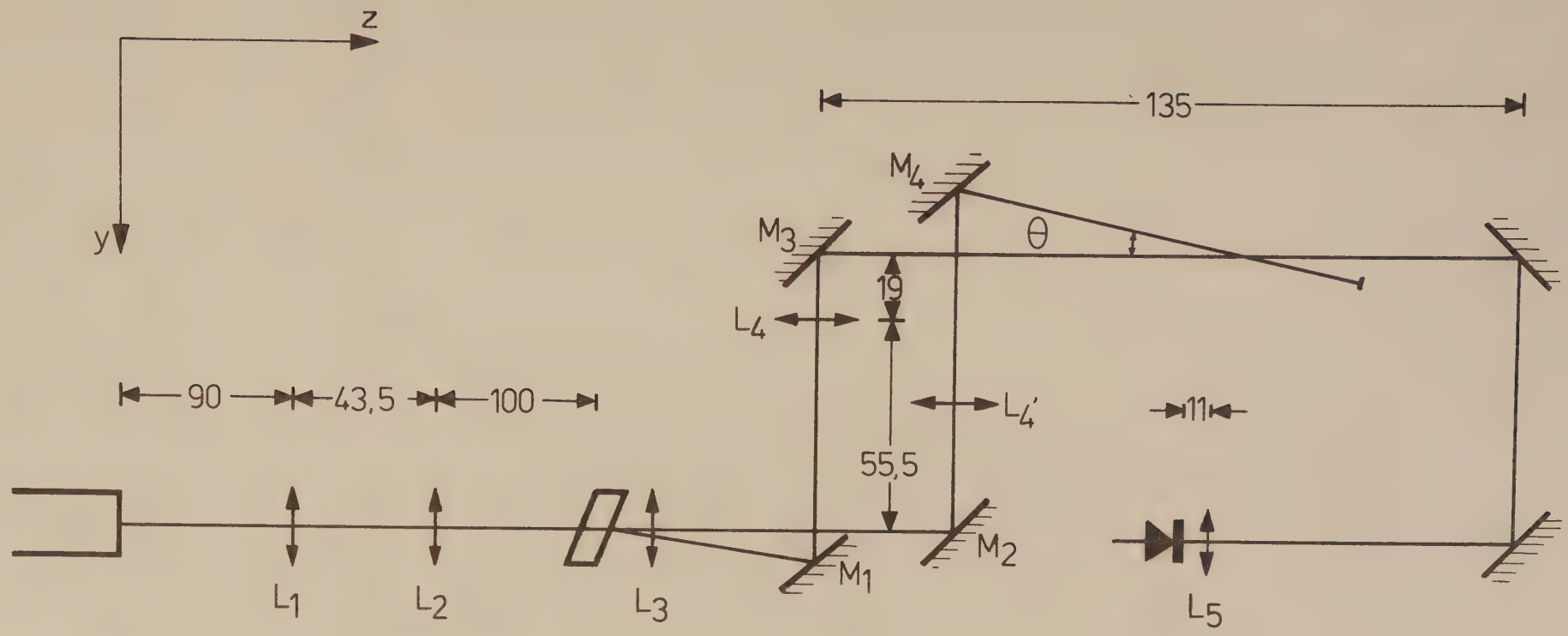
Il est très important que les tailles des deux faisceaux soient de la même dimension et que leurs positions coïncident dans la zone de diffusion pour utiliser les éqs. du chapitre I. (voir éqs. I.58 et I.59). Une expérience de mesure de ces profils est présentée sur la fig. II.8. Nous voyons que ce sont seulement les queues qui ne sont pas gaussiennes et c'est là que les faisceaux ne coincident pas : la queue de l'O.L. est plus large que celle du primaire.

La dimension de la taille est importante d'un côté parce qu'elle détermine la résolution spatiale dans la zone d'intersection des faisceaux (voir fig. I.4), et d'un autre, parce qu'elle conditionne la séparabilité des deux faisceaux au niveau du détecteur lorsque l'angle de diffusion est faible. La séparabilité des faisceaux dépend du rapport entre la divergence du faisceau $\Delta\theta$ (lui-même fonction inverse de la taille au pincement éq. II.4) et de l'angle de séparation.

Nous séparons les deux faisceaux à une distance L de la zone de diffusion où nous bloquons la voie primaire par un absorbeur et nous laissons passer la voie locale à travers un diaphragme (fig. II.9).

La largeur w de la tache dans cette position est donnée par

$$w = w_o \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda L}{\pi w_o^2} \right)^2} \qquad (8)$$



L : Lentilles $f_1 = f_2 = .1905$ m = 7.5"

$f_3 = .381$ m = 15"

$f_4 = f_4 = .508$ = 20"

$f_5 = .09$ m = 3.75"

M : miroirs

D : détecteur Cd Hg Te

Fig. II.7 - Schéma des éléments optiques. Le miroir M_4 peut être déplacé en $\overline{OY}$ et tourné pour changer l'angle θ

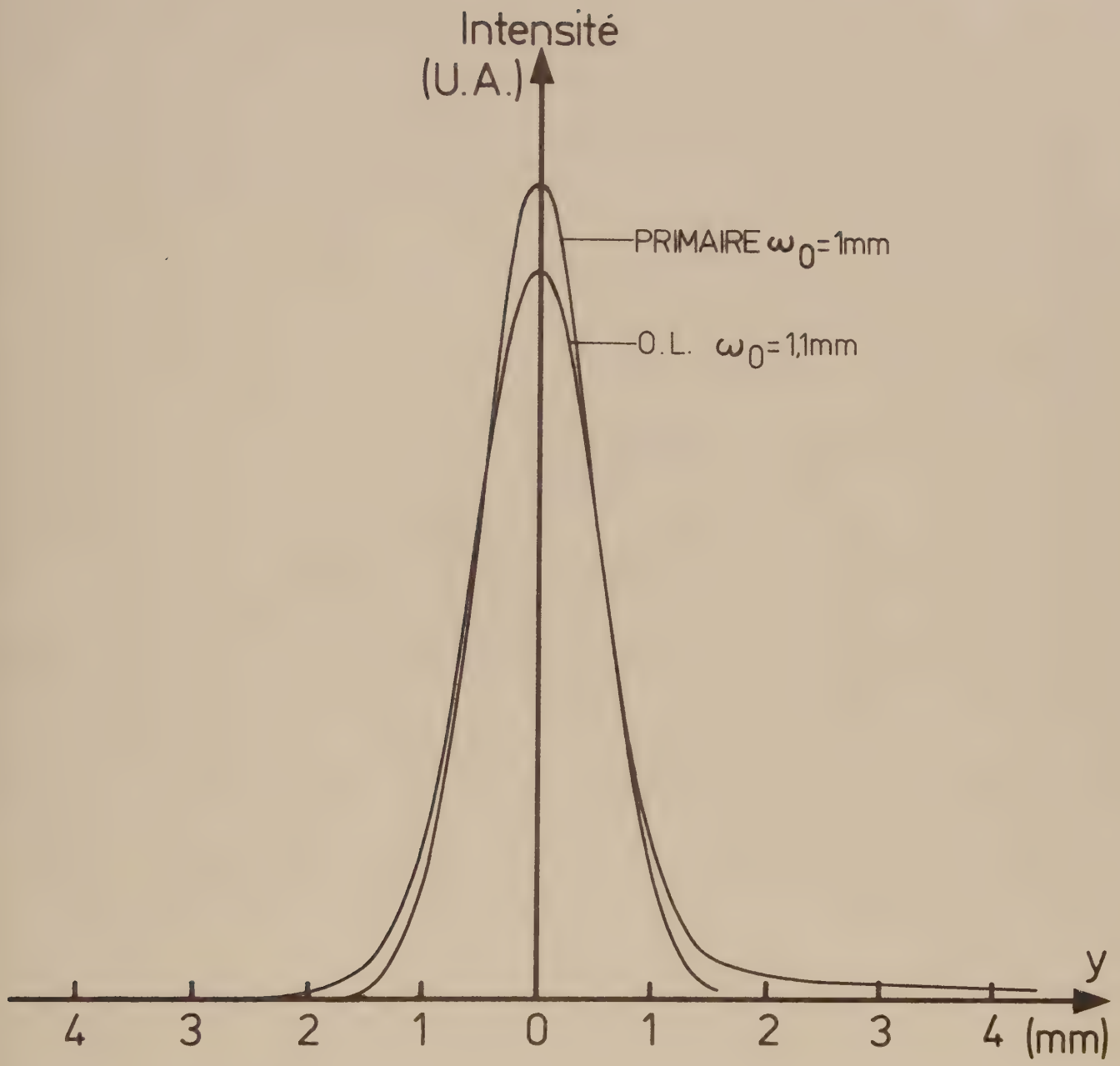


Fig. II.8 - Intersection des faisceaux au centre de la diffusion

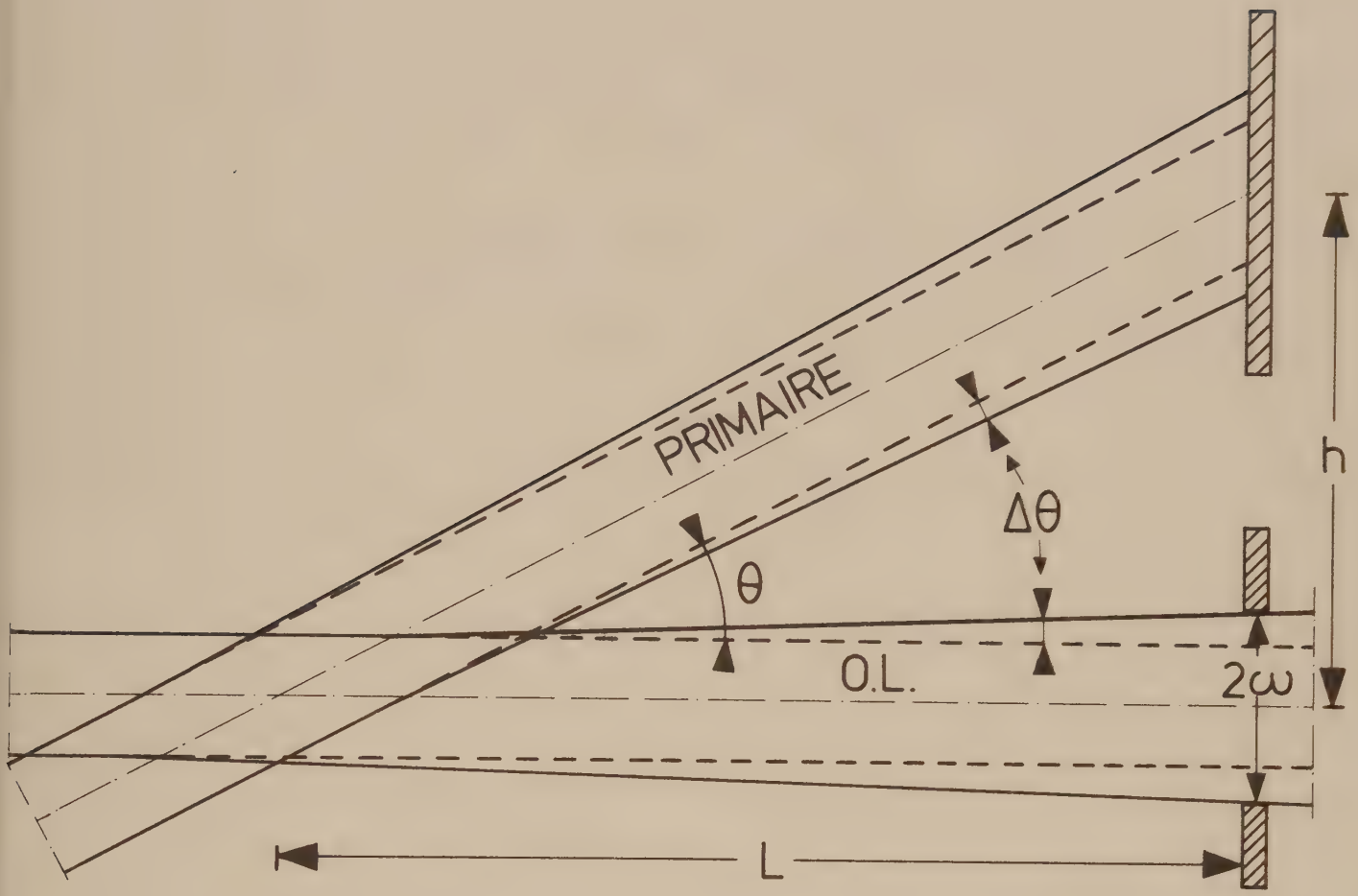


Fig. II.9 - Séparation des faisceaux

et pour $L \gg \frac{\Pi w_o^2}{\lambda}$ $\qquad w \simeq w_o \left(\frac{\lambda L}{\Pi w_o^2} \right) = \frac{\lambda L}{\Pi w_o}$

avec l'éq. II.4 nous pouvons écrire

$$w \simeq L \, \Delta\theta \tag{9}$$

La distance h entre les deux taches à cette distance est donnée par

$$h = L\theta \tag{10}$$

Nous ouvrons le diaphragme d'un diamètre $\emptyset = 2w$ et nous voulons calculer l'angle minimal de diffusion θ_{min}, pour lequel il n'y aura qu'un pourcentage γ dans le voie O.L. provenante du primaire.

La partie du primaire qui passe à travers le diaphragme est

$$P_d = I_o \int_{Ad} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{w^2}} \, d_x \, d_y \tag{11}$$

où Ad est la surface du diaphragme $\Pi \left(\frac{\theta}{2}\right)^2 = \Pi w^2$

I_o est la densité de puissance.

La puissance totale du faisceau primaire est

$P_o = \frac{\Pi I_o w^2}{2}$ et pour $h > w$ nous avons

$$P_d \sim \frac{P_o}{2} e^{\frac{-2h^2}{w^2}} \tag{12}$$

De (9), (10) et (12)

$$P_d \simeq \frac{P_o}{2} e^{-2\left(\frac{\theta}{\Delta\theta}\right)^2} \tag{13}$$

Nous voulons que cette puissance soit plus petite ou égale à un pourcentage γ de P_{OL}

$$P_o \exp\left[-2\left(\frac{\theta}{\Delta\theta}\right)^2\right] \simeq 2\gamma P_{OL} \tag{14}$$

Pour trouver l'angle minimal

$$\left(\frac{\theta}{\Delta\theta}\right)^2 \geqslant -\frac{1}{2}\,\ell n\; 2\gamma\,\frac{P_{OL}}{P_o}$$

$$\frac{\theta}{\Delta\theta} \geqslant \sqrt{-\frac{1}{2}\,\ell n\; 2\gamma\,\frac{P_{OL}}{P_o}} \qquad (15)$$

$$\theta_{min} = \Delta\theta\sqrt{-\frac{1}{2}\,\ell n\; 2\gamma\,\frac{P_{OL}}{P_o}} \qquad (16)$$

Dans notre cas P_{OL} = .5mW, P_o = 400mW, $\Delta\theta = 3.4\ 10^{-3}$ rad. et nous imposons γ = 10% d'où $\theta_{min} = 7\ 10^{-3}$ rad.

L'angle de diffusion θ peut être modifié facilement à l'aide du miroir M_4 (fig. II.7) qui peut être déplacé dans la détection $\overline{oy}$ et tourné autour de lui-même. Nous pouvons atteindre la limite théorique.

Après la séparation des faisceaux, la voie O.L. qui contient maintenant le signal diffusé est focalisée par la lentille L_5 (fig. II.7) sur le détecteur.

C - LE DETECTEUR.

Le détecteur est un photovoltaique en CdHgTe N° 1187 de SAT (voir table II.2). Le circuit de polarisation est conçu pour un générateur de courant à résistance interne nulle donnant une lecture du courant de photoémission (figure II.10). Ce courant est émis lorsque la tension de polarisation négative comme le montre la fig. II.11. Le circuit de polarisation est un convertisseur d'impédance qui mesure la tension V et le courant i_d. Ils sont limités à -.7mW et 4mA respectivement. La mesure du courant est très utile. Elle nous permet d'abord de mesurer l'efficacité quantique η à partir de :

$$i_d = \eta\,\frac{eP_{OL}}{h\nu} \qquad (17)$$

TABLE II.2

DETECTEUR Cd Hg Te (1187) SAT.

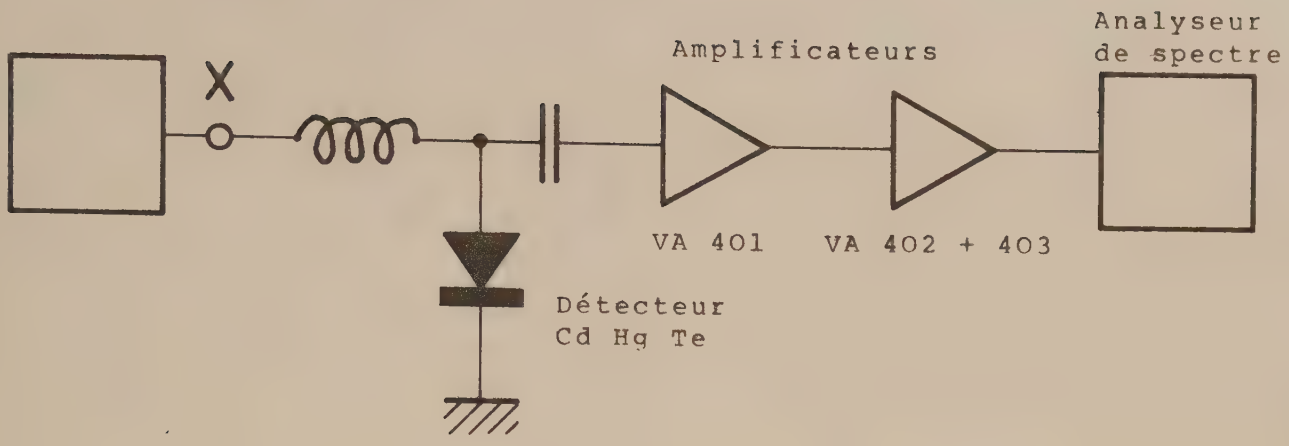
fenêtre germanium	
angle d'ouverture	30°
surface sensible	4×10^{-4} cm^2
température	77° K
réponse spectrale	500 MHz
longueur d'onde	10.6×10^{-6} m
$D^* = 4.9\ 10^{10}$ cm $Hz^{1/2W-1}$	
puissance maximale	4 mW
tensions maximale en inverse	.8v
courant maximal	5 mA

ANALYSEUR DE SPECTRE 7L12 Tektronix.

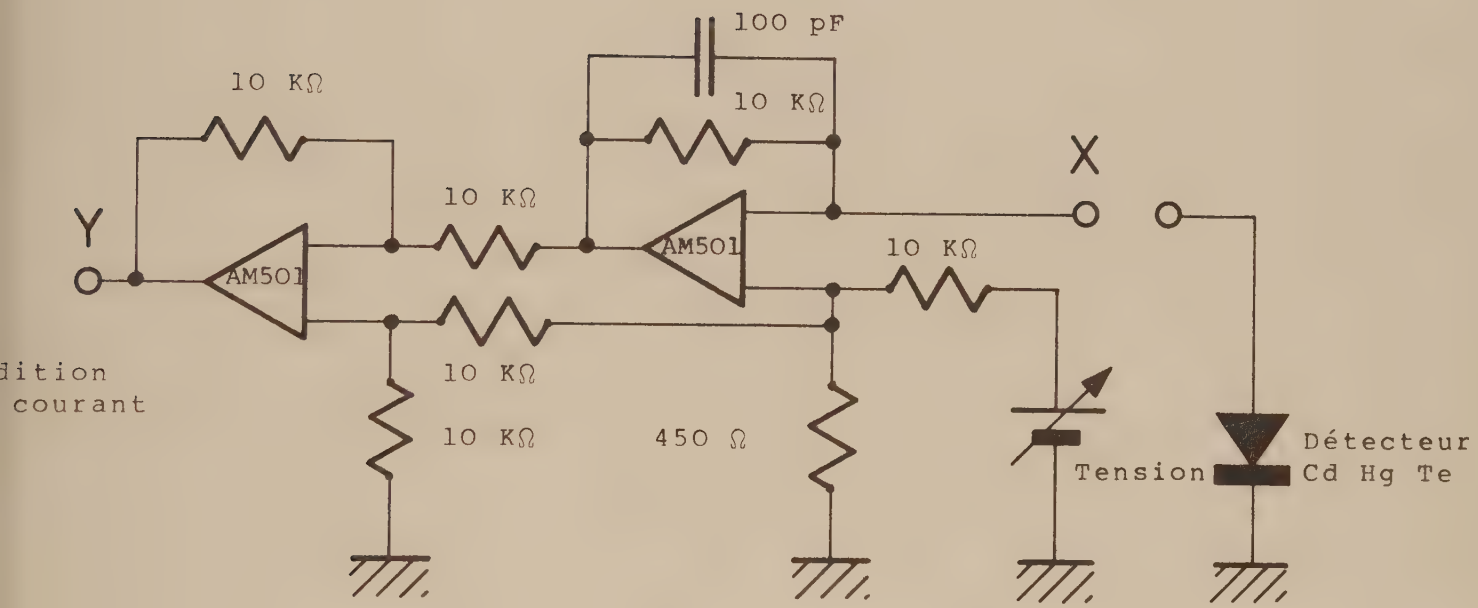
rang de fréquence centrale	1 MHz à 1.8 6 H_z
résolution	500 Hz / div à 100 MHz / div
largeur de bande	300 Hz à 3 MHz
vitesse de balayage	10 ms/div à 1 µs/div

AMPLIFICATEUR AVANTEK.

	UA401	UA402	UA403
Réponse en fréquence (MHz)	.2 à 1000	.2 à 1000	.2 à 1000
gain en db	10	10	10
facteur de bruit	4	6	8
tension d'alimentation	12 V	12 V	12 V
courant d'alimentation	5 mA	12 mA	24 mA



(a)



(b)

Fig. II.10 - a) Schéma de la détection - b) Circuit de polarisation

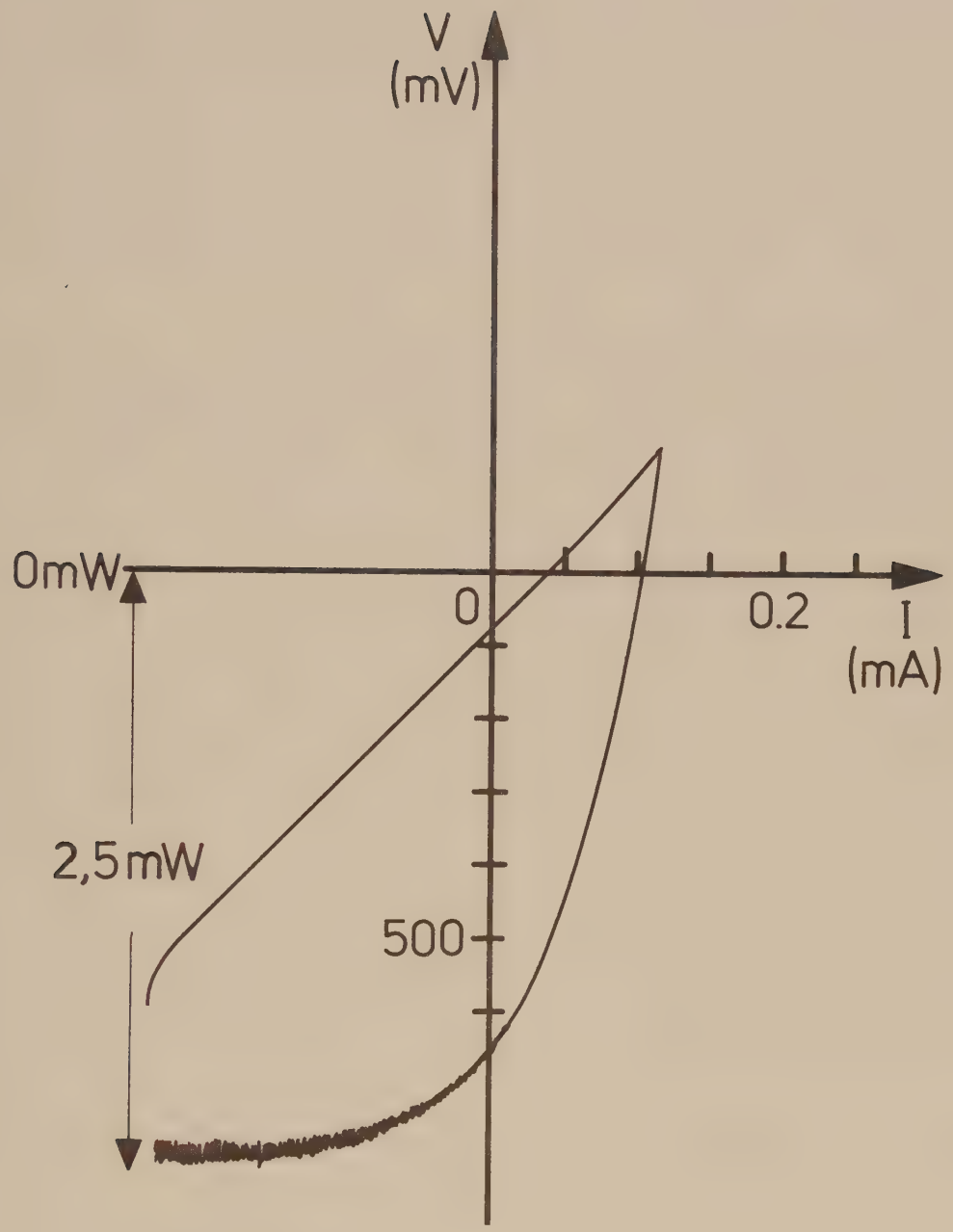


Fig. II.11 - Caractéristique IV du détecteur Cd Hg Te SAT. L'énergie nécessaire pour faire passer un électron à la bande de conduction est de 2,5 mw.

Les mesures simultanées de i_i, et de la puissance P_{OL} à l'aide d'un calorimètre nous amènent à prendre $\eta = .22$.

Avec le courant nous pouvons aussi prévoir la densité spectrale du bruit photonique

$$I_n(\omega) = \frac{i_d e}{\Pi} \qquad (18)$$

à comparer avec les eqs. I.56 et II.17.

Le signal qui sort du détecteur par la voie HF passe à travers un amplificateur Avantek, le premier (UA401) à faible facteur de bruit et 10 db de gain, puis UA 402 + 403 de 10 db d'amplification chacun, puis amené à l'analyseur de spectre 7L12 Tektronix sur lequel nous pouvons lire directement $J_s = 10 \log I_s$ et $J_n = 10 \log I_n$ (voir table II.2 et fig. II.10).

En fait, le bruit que nous mesurons n'est pas seulement le bruit phtonique dû à l'O.L. mais aussi le bruit thermique du premier amplificateur*.

La densité spectrale du bruit que nous mesurons $J_t = 10 \log I_t$ est, puisque les bruits sont statistiquement indépendants $I_t = I_l + I_r$. J_r est la mesure du bruit que nous faisons avec le détecteur aveuglé. En unités logarithmiques

$$J_n = 10 \log(I_t - I_r) = 10 \log I_t + 10 \log \left[1 - \frac{I_r}{I_t}\right]$$

$$J_n = J_t + 10 \log 1 - 10^{\frac{J_r - J_t}{10}} \qquad (19)$$

A partir des données expérimentales J_r et J_t pour chaque valeur i_d, nous pouvons connaître le bruit quantique I_n.

* Le détecteur est refroidi à la température de l'azote liquide pour que le bruit thermique associé ne masque pas le bruit photonique produit par l'O.L.

A partir de l'éq. 18 nous pouvons calculer théoriquement la puissance photonique dans un interval de pulsation Δ en fonction du courant

$$P_n(\omega) = \frac{R\, i_d\, e}{\Pi} \qquad (20)$$

où R est l'impédance de l'analyseur de spectre

$$P_n(f) = 2\, \frac{R\, i_d\, e}{\Pi} \qquad (21)$$

$$P_n = 2R\, i_d\, e\, \Delta f \qquad (22)$$

et de (19)

$$P_n = P_t + 10 \log \left[1 - 10^{\frac{P_t - P_r}{10}}\right] \qquad (23)$$

La figure II.12 montre la courbe théorique (éq. 22) pour Δf = 30 Khz et R = 50Ω et les résultats expérimentaux correspondants. Nous voyons que pour un courant jusqu'à 1mA, la courbe théorique et les valeurs expérimentaux coïncident. Au-delà de 1 mA, l'expérience montre un effet de saturation. Dans nos expériences nous avons travaillé avec un courant plus petit ou égal à 1 mA.

Cette courbe nous permet d'avoir une valeur absolue du bruit photonique pour une valeur donnée du courant. Le bruit photonique absolu nous permet à son tour une calibration exacte avec les formules I.90, I.91 et I.92.

Une fois que tout le système de détection est monté, nous pouvons vérifier l'unicité de fréquence du laser. Le spectre de l'O.L. seul ne montre pas d'autre pics que celui de la fréquence nulle ; il n'y a pas de battements entre deux modes différents du laser.

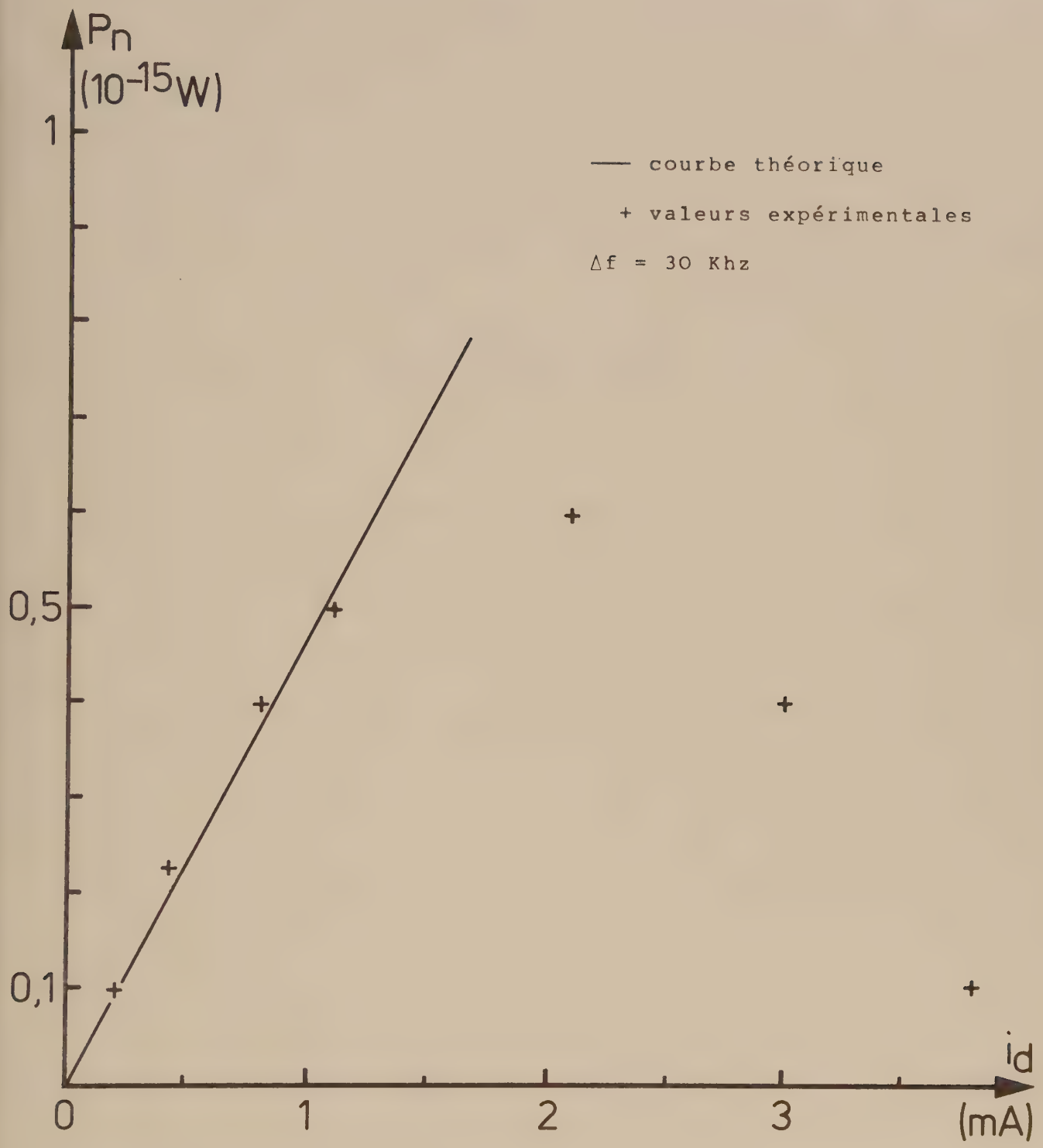


Fig. II.12 - Variation du bruit avec le courant

C H A P I T R E III

ONDES ULTRASONORES

CHAPITRE III

ONDES ULTRASONORES

A - DISPOSITIF EXPERIMENTAL.

Nous excitons des ondes harmoniques ultrasonores dans l'air par l'oscillation d'une céramique piezzoélectrique.

Nous disposons d'un disque plan en quartz P4-68 de Quartz et Silice dont les caractéristiques apparaissent dans la table III.1. A partir des caractéristiques données par le fabriquant, nous pouvons connaître l'amplitude d'oscillation a de l'épaisseur du cristal

$$a = d_{33} V \qquad (1)$$

où d_{33} est le coefficient de charge
et V l'amplitude de la tension d'excitation du cristal.

Nous polarisons le cristal avec une tension alternative et nous le plaçons devant la zone d'intersection des deux faisceaux comme nous avons montré dans la fig. II.1.

A partir de la fréquence de résonance du cristal (f_r) et de la vitesse du son dans l'air, nous pouvons connaître le nombre d'onde des ondes sonores

$$k = \frac{2\pi f_r}{C_s} = \frac{\omega_r}{C_s} \qquad (2)$$

Pour observer ces ondes, on doit régler l'optique pour satisfaire la condition de Bragg eq. I.47 avec $k = k_\Delta$, d'où l'angle auquel nous devons croiser les deux faisceaux

$$\theta = \frac{k_\Delta}{k_o} \qquad (3)$$

TABLE III.1

CARACTERISTIQUES DU DISQUE PIEZOELECTRIQUE P4-68 QUARTZ ET SILICE.

matériel	quartz
diamètre	25 mm
épaisseur e_p	4 mm
constante de fréquence N_{st}	1780
Coefficient de charge d_{33}	$4.8\ 10^{-10}$ m/volt
champ limite d'utilisation	600 voH/mm.

PHOTODIODE AU SILICIUM BPY 13 RTC.

tension de claquage	min 50 v
courant	max 1 µA
f_r	max 10 MHz

A partir des équations (1) - (3), nous attendons pour f_r = 445 KHz donnée par le constructeur :

Λ_r = .7 mm θ = 14 m rad

k_Δ = 8.2 10^3 m^{-1} a = 72 Å pour V = 15 volts

La détection se fait comme nous avons expliqué dans le chapitre II.

En changeant la fréquence f d'excitation des ondes ultrasonores, à amplitude d'excitation constante, nous attendons que l'amplitude des ondes ultrasonores détectées présente un unique maximum lorsque $f = f_r$. Cependant, ce n'est pas ce que nous observons. L'amplitude des ondes détectées présente en fait une série de résonances très étroites qui manifestent que le cristal piezoélectrique lui-même possède plusieurs fréquences privilégiées d'excitation qui n'étaient pas prévues. Ceci nous a conduit à monter une expérience spécifique pour mesurer le déplacement de la face avant du cristal, que nous allons décrire.

B - CALIBRATION DU CRISTAL PIEZOELECTRIQUE D'EXCITATION DES ONDES ULTRASONORES.

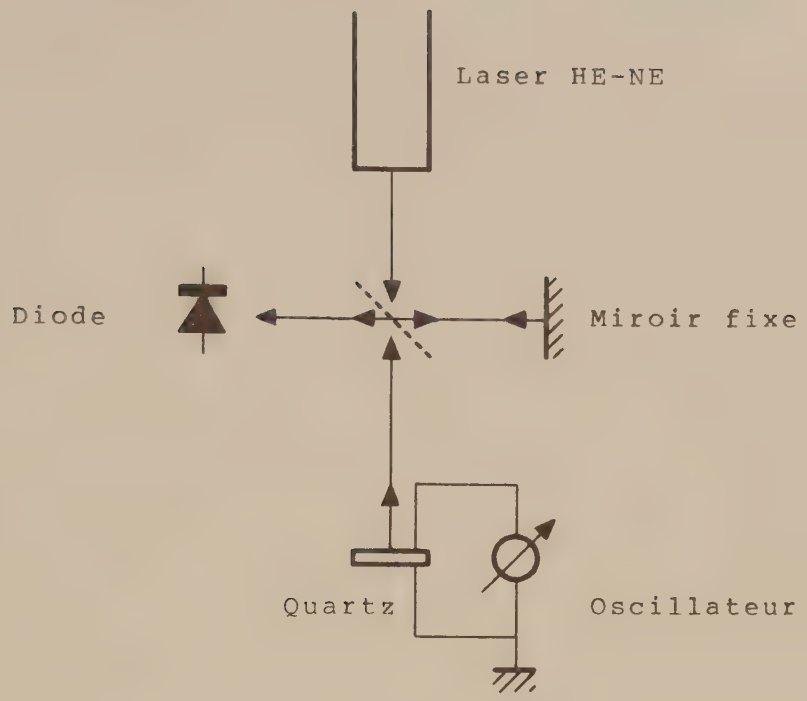
Nous voulons utiliser le cristal piezoélectrique (CP), pour calibrer la détection optique des ondes de compression. Pour cette calibration, le CP doit exciter des ondes ultrasonores d'amplitude connue. La réponse en fréquence nous montre que les spécifications du cristal (voir table II.1) ne sont que très approximatives. Nous avons décidé de mesurer directement l'amplitude d'oscillation du cristal.

Pour celà, nous avons construit un interféromètre de Michelson, fig. III.1a. Nous avons effectué un dépôt de cuivre électrolitique sur l'une des faces du CP pour pouvoir l'utiliser comme l'un des miroirs de l'interféromètre.

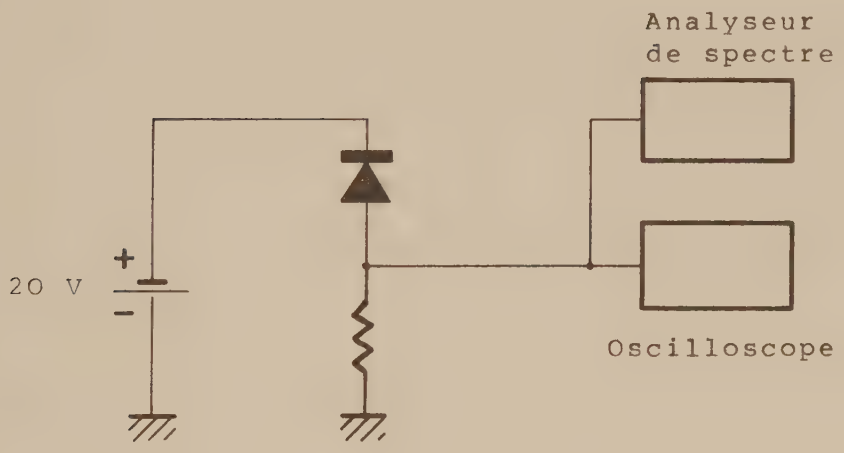
A la sortie de l'interféromètre, nous avons placé une diode photosensible BPY 13 (table III.1) polarisée et branchée à un oscilloscope et à un analyseur de spectre. Quand le CP oscille, l'amplitude d'oscillation du signal d'interférence doit permettre la mesure du mouvement du cristal (fig. III.1b).

Nous attendons des amplitudes de l'ordre de quelques dizaines d'Angström. Cette longueur est trop petite par rapport à la longueur d'onde de notre laser CO_2 (10.6×10^{-6} m) pour donner lieu à une dérive sensible de franges. Cette dérive peut devenir plus sensible avec la lumière d'un laser He - Ne où elle représente quelques millièmes de frange. Nous utilisons donc un laser He - Ne pour faire cette mesure.

Le premier problème à résoudre était de rendre réfléchissante la face du CP utilisée en miroir. Pour cela, nous avons fait une électrolise [7] au sulfate de cuivre pour déposer une couche de cuivre sur une face du cristal. Après, nous



a) Interféromètre de Michelson



b) Polarisation de la diode et mesure

Fig. III.1 - Mesure du déplacement du cristal piezzoélectrique.
Montage a) optique et b) électrique.

avons poli cette couche pour qu'elle réfléchisse la lumière et collé l'autre face sur un support massif.

Le signal d'interférence qui sort de la diode est du type

$$s(t) = \frac{1}{T}\int_{o}^{T} dt\left[\mathcal{E}_1\cos(\omega_L t + k_L x_1) + \mathcal{E}_2\cos(\omega_L t + k_L x_2)\right]^2 \qquad (4)$$

où $\mathcal{E}_1$ est le champ électrique dans la branche du miroir fixe, $\mathcal{E}_2$ celui de la branche du CP et ω_L la fréquence du laser He-Ne. La longueur x_1 est fixe alors que x_2 varie avec le déplacement de la face de cristal. Ce déplacement est beaucoup plus lent que le temps d'intégration. Nous pouvons écrire

$$s(t) = \frac{\mathcal{E}_1^2}{2} + \frac{\mathcal{E}_2^2}{2} + \mathcal{E}_1\,\mathcal{E}_2\cos k_L(x_2 - x_1) \qquad (5)$$

où

$$x_2 - x_1 = x + \Delta \qquad (6)$$

x est la différence entre les deux chemins quand le CP n'oscille pas et Δ représente l'oscillation du cristal

$$\Delta = a\cos\omega_r t \qquad (7)$$

où a est l'amplitude et ω_r la fréquence d'oscillation du cristal.

Nous regardons le terme d'interférence qui contient l'information que nous cherchons.

Comme $\frac{a}{\lambda} \ll 1$, nous pouvons développer

$$\cos k_L(x_2 - x_1) = \cos k_L(x + \Delta) \simeq \cos k_L x - k_L\Delta \sin k_L x \qquad (8)$$

De (8) nous pouvons séparer le terme d'interférence en deux parties. La première $\mathcal{E}_1\mathcal{E}_2\cos k_L x$ est le terme qui apparaît quand le CP n'oscille pas. Ce terme devrait être d'amplitude constante. En fait, la rigidité de notre montage

étant insuffisante, la longueur x varie de façon aléatoire avec une amplitude bien supérieure à la longueur d'onde λ et avec un spectre de fréquences formé par les vibrations mécaniques (10hz à 100hZ). En observant l'amplitude crête à crête de ce signal sur un écran d'oscilloscope, on obtient donc directement un signal

$$v_c = 2\mathcal{E}_1\mathcal{E}_2 \qquad (9)$$

Le deuxième terme d'interférence est harmonique et provient de l'oscillation du cristal
$\mathcal{E}_1\mathcal{E}_2\, k_L\, a \sin k_L x \cos \omega_r L$. Nous mesurons son amplitude :

$$Y = \mathcal{E}_1\mathcal{E}_2\, k_L\, a \sin k_L x$$

en l'observant sur un analyseur de spectre accordé sur la fréquence ω_r. La valeur quadratique moyenne sur les fluctuations aléatoires de x est obtenue en choisissant une résolution large en fréquence (plus grande que 1 khz), et en mesurant la valeur moyenne de l'indication de l'analyseur de spectre. Cette valeur efficace que nous appelons V_p est

$$V_p = \frac{1}{\sqrt{2}}\mathcal{E}_1\mathcal{E}_2\, k_L\, a \qquad (10)$$

d'où

$$ak_L = \frac{\sqrt{2}\, V_p}{\mathcal{E}_1\mathcal{E}_2} = \frac{2\sqrt{2}\, V_p}{V_c}$$

$$a = \frac{\sqrt{2}\,\lambda}{\Pi}\,\frac{V_p}{V_c} \qquad (11)$$

Nous avons remarqué que la surface du CP n'est pas homogène car la valeur de a que nous mesurons dépend de la partie du cristal sur laquelle tombe le faisceau He-Ne. Nous avons fait des mesures tout le long d'un diamètre en déplaçant le cristal dans le sens perpendiculaire à l'incidence du faisceau (fig. III.1a). Nous avons reporté la valeur moyenne de l'amplitude d'oscillation a sur chacune des positions

laissant toujours la même tension d'excitation ainsi que la variance Δa sur l'ensemble des mesures

$$\Delta\bar{a} = \sqrt{\frac{1}{N} \Sigma (a_i - \bar{a})^2} \qquad (12)$$

Nous avons répété cette expérience pour trois fréquences qui correspodaient chacune à un maximum d'amplitude du signal hétérodyne de la diffusion.

La table III.2 montre l'ensemble des résultats. On peut observer la grande valeur relative de $\Delta a/a$, qui indique que le mouvement de la face du CP n'est pas uniforme.

Nous avons aussi étudié la variation de l'amplitude de la tension d'excitation pour une fréquence donnée (voir fig. III.2) en trois points différents du cristal. Les pentes sont celles calculées par moindres carrés et correspondent au coéfficient de charge d_{33}. On observe une variation linéaire. Cependant, le coefficient de charge dépend de la position sur la face.

Avec le montage de la figure III.1, nous avons aussi mesuré la vitesse du son dans l'air. En effet, par interférométrie nous pouvons mesurer la phase entre le générateur de l'onde ultrasonore et le signal détecté. En mesurant le décalage de phase en fonction de la distance (variable) entre la zone de diffusion et le cristal piézzoélectrique (posté sur une platine micrométrique) nous avons obtenu à $f = 733.7$ KHz, $\lambda = 471 \pm 3\mu$ et $C_s = 345 \pm 2$m

C - DIRECTIVITE.

Il s'agit de montrer ici qualitativement, à l'aide des ondes ultrasonores excitées par le CP, l'un des intérêts de la détection hétérodyne v.e., sa sensibilité au sens de propagation des fluctuations.

TABLE III.2 - CALIBRATION DU CRISTAL PIEZOELECTRIQUE.

1 - VARIATION DE L'AMPLITUDE D'OSCILLATION AVEC LA FREQUENCE D'EXCITATION.

fréquence d'excitation f_r (KHz)	amplitude de la tension d'excitation V_{exc} (volts)	amplitude moyenne d'oscillation à Å	variance $\Delta \bar{a}$ Å
413	12.5	62	34
480	12.5	60	16
502	12.5	69	24

2 - VARIATION DE L'AMPLITUDE D'OSCILLATION AVEC L'AMPLITUDE DE LA TENSION D'EXCITATION POUR DIFFERENTES POSITIONS SUR LE CRISTAL.

f = 502 KHz

milieu du cristal z = 0

V_{exc} (volts)	z = 3 mm à Å	z = 0 à Å	z = 3 mm à Å
12.5	19.0	83.0	66.4
10	28.4	64.8	67.0
7.5	33.2	54.0	47.4
5	7.2	24.0	28.4
2.5	4.8	5.4	9.6
1.25	2.8	3.2	5.7
0.5	1.4	1.3	1.9
0.25	0.8	0.6	1
	d_{33} =	d_{33} =	d_{33} =
	$2.3\ 10^{-10}$ m/v	$7\ 10^{-10}$ m/v	$6\ 10^{-10}$ m/v

d_{33} est la pente calculée par moindres carrés.

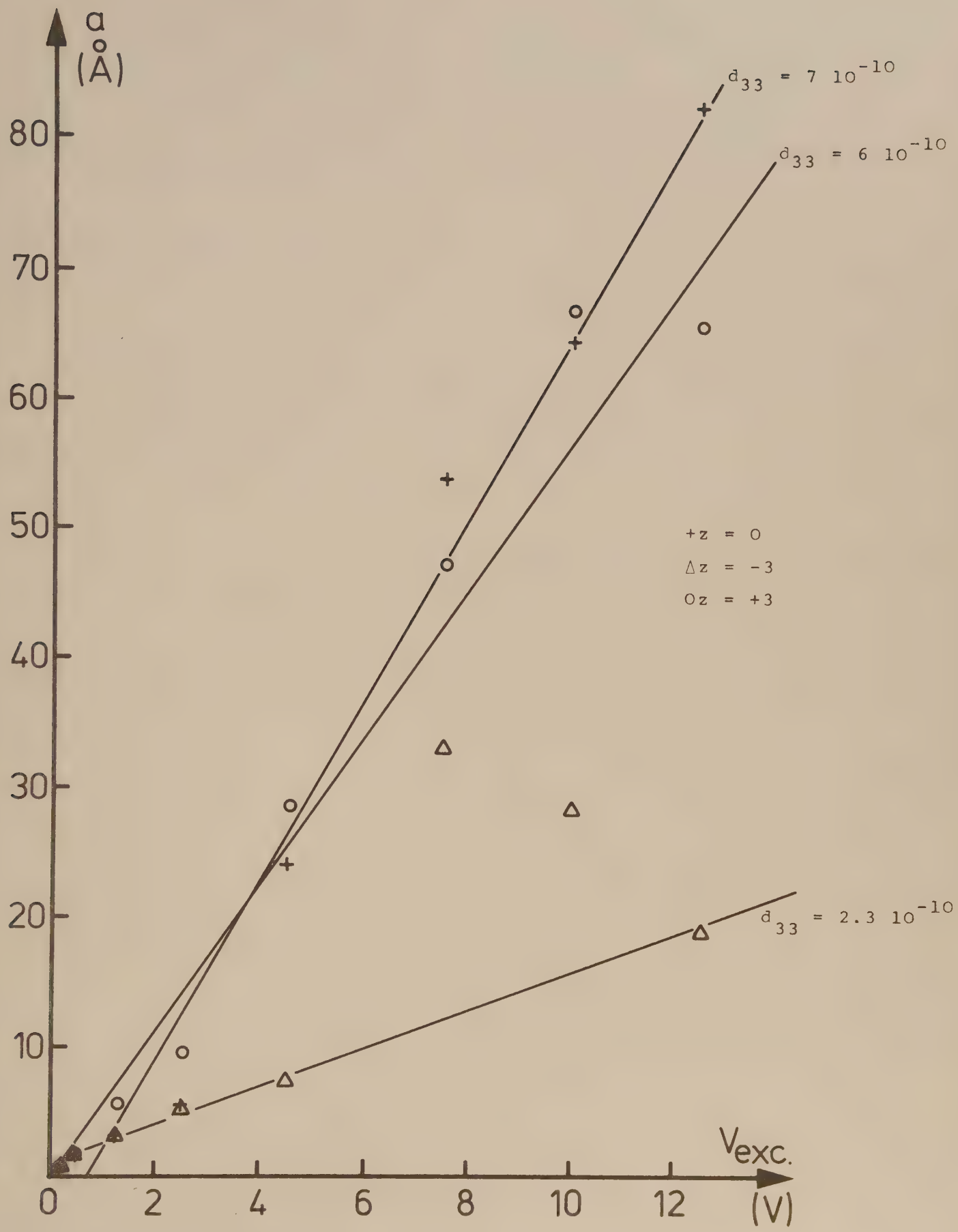


Fig. III.2 - Variation de l'amplitude d'oscillation du Quartz avec l'amplitude de la tension d'excitation.

Dans la figure III.3a$_1$, nous voyons que quand l'onde sonore se déplace dans le même sens que $\vec{k}_o - \vec{k}_s$ il y a un décalage positif du spectre par rapport à la référence a_2. Dans la figure III.3b1 et b2 nous voyons que quand d'onde sonore se déplace dans le sens inverse que précédemment, le décalage du spectre est négatif.

D - CALIBRATION DE LA MESURE EN TERMES DU TAUX DE FLUCTUATION.

Nous avons montré au chapitre I comment calculer la réponse de l'optique hétérodyne à une fluctuation de densité donnée. Nous savons d'autre part exciter, avec le C.P., des ondes ultrasonores dont nous pouvons prévoir l'amplitude. Nous voulons maintenant, en détectant ces ondes ultrasonores par l'optique hétérodyne, connaître l'efficacité de notre montage.

Nous calculons d'abord l'amplitude des ondes ultrasonores connaissant les caractéristiques du C.P. [8].

Nous supposons une onde de petite amplitude et nous pouvons écrire la pression p et la densité ρ du fluide comme :

$$p = p_o + p' \qquad (13)$$

$$\rho = \rho_o + \rho' \qquad (14)$$

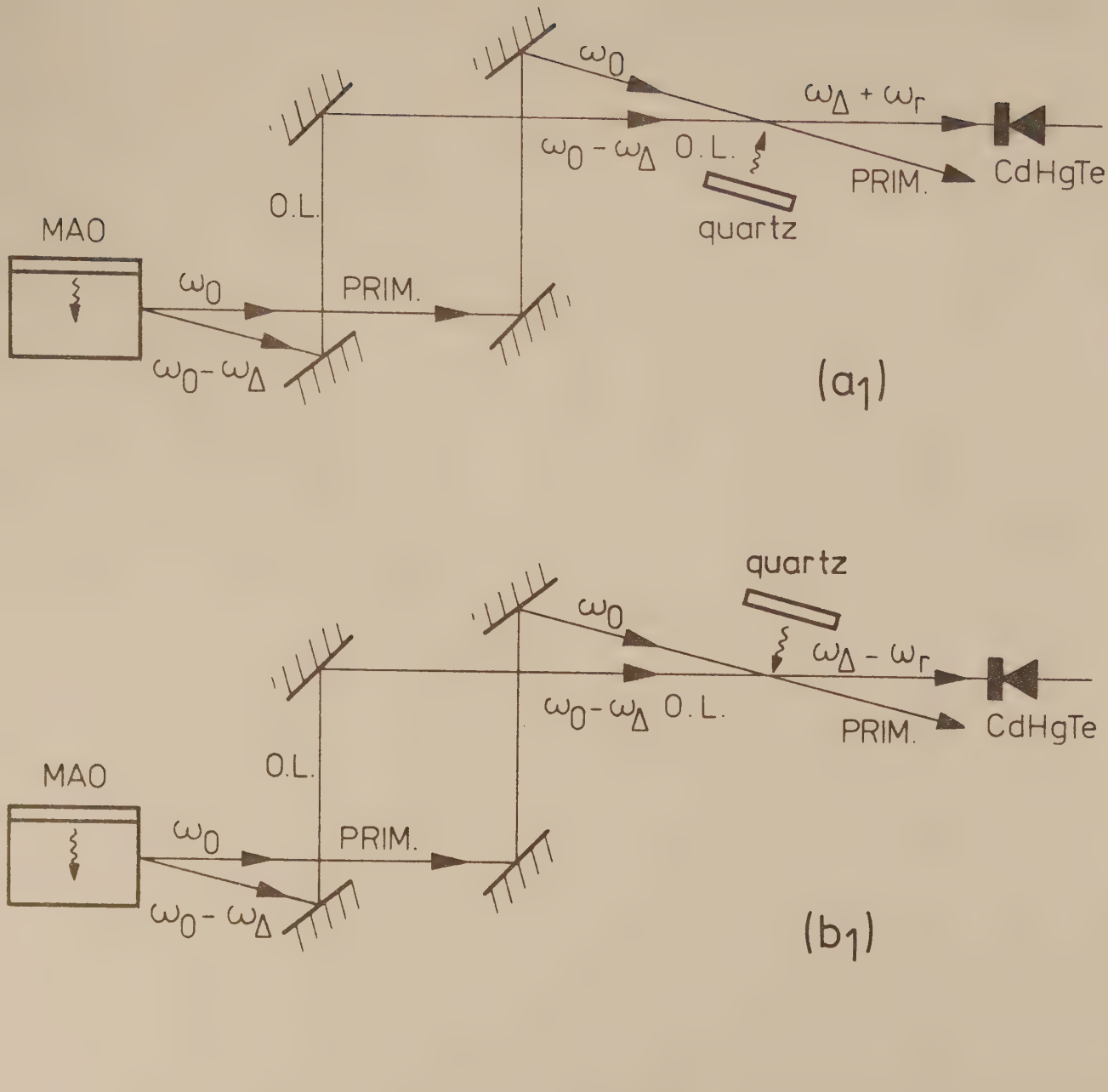
où p_o, ρ_o sont la pression et la densité moyennes et $p' \ll p_o$, $\rho' \ll \rho_o$ sont des petites fluctuations autour des valeurs moyennes.

Dans ce cas, nous pouvons linéariser les équations qui décrivent le mouvement d'un fluide compressible. L'équation de continuité

$$\frac{\partial \rho}{dt} + \vec{\nabla}.\rho\vec{v} = o \qquad (15)$$

devient

$$\frac{\partial \rho'}{dt} + \rho_o \nabla.\vec{v} = o \qquad (16) \ ;$$



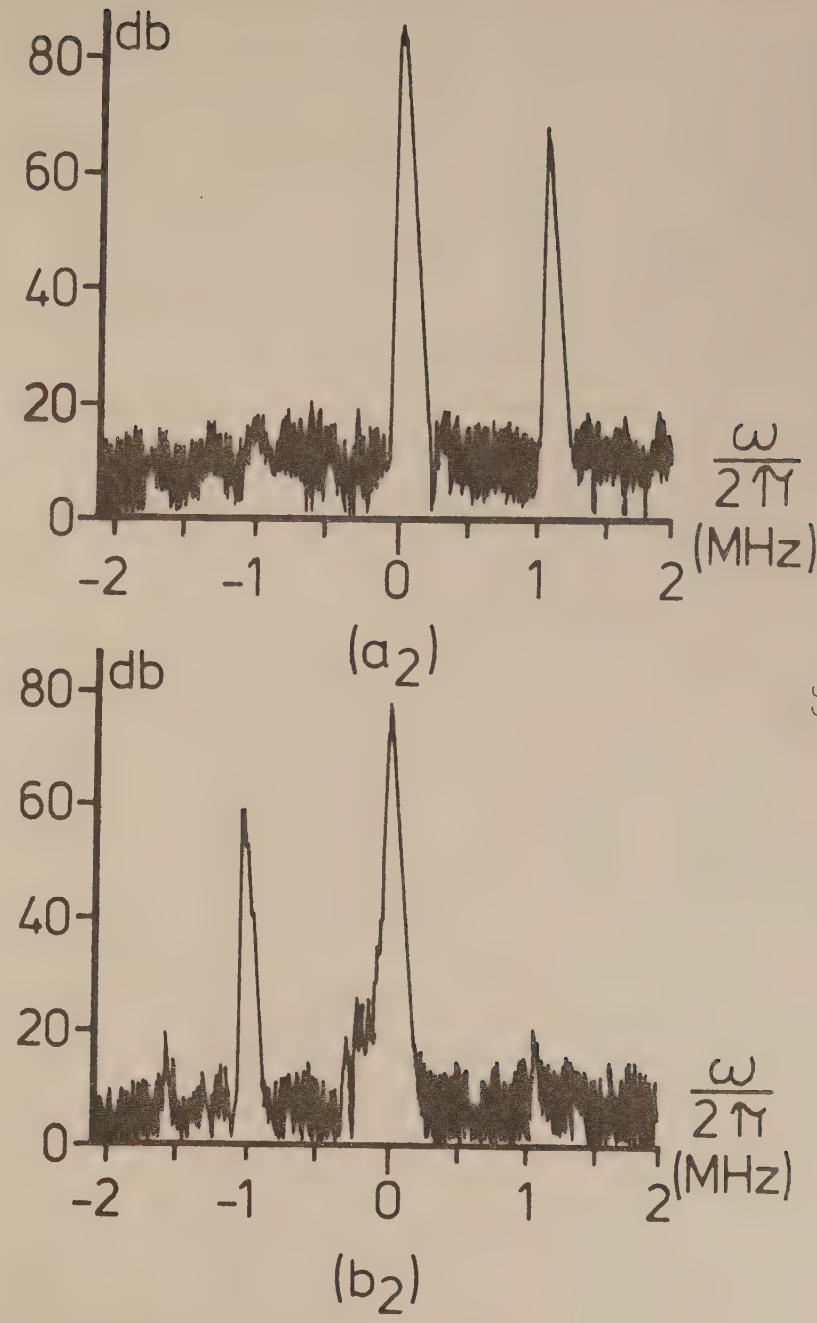


Fig. III.3 - Directivité de l'Hétérodynage

et l'équation d'Euler

$$\frac{\partial \vec{v}}{dt} + (\vec{v}\nabla)\,\vec{v} = \frac{-\nabla p}{\rho} \qquad (17)$$

devient

$$\frac{\partial \vec{v}}{dt} + \frac{\nabla p'}{\rho_o} = 0 \qquad (18)$$

Nous avons deux équations : (16) et (18), et trois inconnues : $\vec{v}$, ρ' et p'. Puisque nous pouvons supposer que l'air est un gaz parfait et que tout mouvement dans un tel gaz est adiabatique, une petite variation p' est liée à une petite variation ρ' par

$$p' = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho_o}\right)_S \rho'$$

et (17) devient

$$\frac{\partial p'}{dt} + \rho_o \left(\frac{\partial p}{\partial \rho_o}\right)_S \nabla.\vec{v} = 0 \qquad (19)$$

Nous définissons un potentiel de vitesses par

$$\vec{v} \equiv \nabla\varphi \qquad (20) \text{ et alors de (18)}$$

$$p' = -\rho_o \frac{\partial \varphi}{dt} \qquad (21)$$

et de (19)

$$\nabla^2\varphi - \frac{1}{cs^2}\,\frac{\partial^2\varphi}{dt^2} = 0 \qquad (22)$$

où $c_s = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho_o}\right)_S}$ est la vitesse du son.

(22) est une équation d'onde : c'est l'équation des ondes sonores qui se propagent à la vitesse de phase c_s.

Le potentiel φ doit satisfaire deux conditions aux limites

$$\text{i)} \quad \left.\frac{\partial \varphi}{dy}\right|_{y=0} = U_n \qquad (23)$$

où U_n est la vitesse normale d'oscillation de la face libre du C.P., l'axe $\overline{oy}$ étant orienté normalement à cette surface (voir fig. I.3 et II.7).

ii) loin de la source, φ_∞ doit être une onde sphérique divergente.

Nous sommes intéressés dans la région ou l'onde sonore peut être considérée comme une onde plane et nous proposons comme solution de (22)

$$\varphi = \varphi_o \cos (k_1 y - \omega_1 t) \tag{24}$$

En substituant (24) en (22) on obtient la relation de dispersion entre ω_1 et k_1.

$$k_1 = \pm \frac{\omega_1}{c_s} \tag{25}$$

D'autre part, nous pouvons décrire le déplacement du cristal par :

$$\delta y = a \cos \omega_r t \tag{26}$$

avec une vitesse

$$U_n = - \omega_r a \sin \omega_r t \tag{27}$$

De la première condition aux limites (éq. 23) et de (24) et (25)

$$- \varphi_o k_1 \sin \omega_r t = - \omega_1 a \sin \omega_r t$$

d'où $$\varphi_o = \frac{-\omega_1}{k_1} a = - c_s a \tag{28}$$

et $$\varphi = -c_s a \cos(k_1 y - \omega_1 t) \tag{29}$$

et de (21)

$$p' = -\rho_o \varphi_o \omega_1 \sin(k_1 y - \omega_1 t) = \rho_o c_s a \omega_r \sin(k_1 y - \omega_1 t) \tag{30}$$

où (30) est l'onde de pression produite dans l'air par l'oscillation du cristal.

La fréquence ω_1 étant bien inférieure à la fréquence de collision dans l'air, le processus est adiabatique.

$$p' = \gamma KTn' \tag{31}$$

avec $\rho' = n'm$ $\rho_o = n_o m$

la vitesse de son est

$$c_s = \sqrt{\frac{\gamma KT}{m}} \tag{32}$$

où n_o densité de molécules par unité de volume dans l'air
m masse moyenne d'une molécule
$\gamma = C_p / C_v$
K constante de Boltzmann
T température absolue.

De (30), (31) et (32)

$$n' = \frac{P'}{\gamma KT} = \frac{\rho_o c_s a\omega_1}{\gamma KT} \sin(k_1 y - \omega_1 t) = \frac{n_o a\omega_1}{c_s} \sin(k_1 y - \omega_1 t) \tag{33}$$

Nous appelons l'amplitude de la fluctuation

$$\tilde{n}_1 = \frac{n_o \; a \; \omega_1}{c_s} \tag{34}$$

et nous pouvons écrire la fluctuation de densité dans l'air

$$n_1 = \tilde{n}_1 \sin(k_1 y - \omega_1 t) \tag{35}$$

Maintenant nous avons besoin de relier cette quantité avec celles que nous détectons, c'est-à-dire, avec la densité spectrale du courant. Pour cela, nous mettons (35) dans l'expression du courant I.46.

$$i(t) = i\lambda_o \frac{\eta e}{h\nu} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_o}{\mu_o}}\, r_R \mathcal{E}_o \mathcal{E}_{OL} \iiint d^3r\, \tilde{n}_1 \sin\left[k_1(y+d)-\omega_1 t\right] \times$$

$$\times \left\{ \exp\left[\frac{-2}{w_o^2} \left(x^2+y^2+ \frac{z^2\theta^2}{4} \right) \right] \exp\left[-i(\vec{k}_\Delta.\vec{r} - \omega_\Delta t)\right] + \right.$$

$$\left. + \exp\left[\frac{-2}{w_o^2} \left(x^2+y^2+ \frac{z^2\theta^2}{4} \right) \right] \exp\left[i(\vec{k}_\Delta.\vec{r} - \omega_\Delta t)\right]\right\} \qquad (36)$$

où d est la distance entre le bord du CP, où l'onde acoustique commence à se propager dans l'air, et la zone d'intersection des faisceaux où elle est détectée. Dans l'expression précédente nous avons inclu la forme gaussienne des profils.

Les limites d'intégration sont définies par la forme de la zone où il y a des fluctuations comme montre la figure I.4. Le long des axes $\overline{OX}$ et $\overline{OY}$, la zone d'existence de l'onde ultrasonore est plus grande que la zone d'intersection des faisceaux ; par contre le long de l'axe $\overline{OZ}$, la longueur de la zone d'intersection D est beaucoup plus longue que la longueur des fluctuations L (que nous considèrerons égale au diamètre du C.P.).

$$\begin{aligned} x &\in \left[-\infty, \infty\right] \\ y &\in \left[-\infty, \infty\right] \\ z &\in \left[-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}\right] \end{aligned} \qquad (37)$$

Dans ces conditions

$$i(t) = \lambda_o \frac{\eta e}{h\nu} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_o}{\mu_o}}\, r_R \mathcal{E}_o \mathcal{E}_{OL}\, \tilde{n}_1\, \frac{\Pi}{2} w_o^2 L \times$$

$$\left\{\exp\left[\frac{-(k_1-k_\Delta)^2 w_o^2}{8}\right]\cos\left[k_1 d-(\omega_1-\omega_\Delta)t\right] + \right.$$

$$\left. + \exp\left[\frac{-(k_1+k_\Delta)^2 w_o^2}{8} \right] \cos\left[k_1 d-(\omega_1+\omega_\Delta)t\right]\right\} \qquad (38)$$

Nous analysons le premier terme de (38) en calculant la densité spectrale $I_s(\omega)$ définie par I.49.

D'abord

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\tau\ i(t)i(t+\tau)\ \exp(i\omega\tau) \quad =$$

$$= C^2 \tilde{n}_1^2\ \frac{\Pi^2}{4}\ w_o^2 L^2 \exp\left[\ \frac{-(k_1-k_\Delta)^2 w_o^2}{4}\ \right] \int_{-\infty}^{\infty} d\tau\ \exp(i\omega\tau)\cos\left[k_1 d-(\omega_1-\omega_\Delta)t\right]$$

$$.\cos\left[k_1 d - (\omega_1-\omega_\Delta)(t+\tau)\right] \qquad (39)$$

$$\text{où} \quad C = \lambda_o \frac{\eta e}{h\nu} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_o}{\mu_o}}\ r_R\ \mathcal{E}_o\ \mathcal{E}_{oL}$$

Si nous appelons $\omega_\Delta - \omega_1 \equiv \omega_2$, de 1.47 le résultat final est :

$$I_s(\omega) = \frac{\Pi^3}{16} \left(\lambda_o \frac{\eta e}{h\nu}\ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_o}{\mu_o}}\ r_R\right)^2 \mathcal{E}_o^2\ \mathcal{E}_{oL}^2\ \tilde{n}_1^2\ w_o^4\ L^2$$

$$\exp\left[-\frac{(k_1-k_\Delta)^2 w_o^2}{4}\right]\left[\delta(\omega+\omega_2) + \delta(\omega-\omega_2)\right] \qquad (40)$$

et en termes de la puissance :

$$I_s(\omega) = \frac{\Pi}{4}\ \lambda_o^2 \left(\frac{\eta e}{h\nu}\right)^2\ r_R^2\ P_o\ P_{oL}\ \tilde{n}_1^2\ L^2$$

$$\exp\left[-\frac{(k_1-k_\Delta)^2 w_o^2}{4}\right]\ \left[\delta(\omega+\omega_2) + \delta(\omega-\omega_2)\right] \qquad (41)$$

Avec I.57 nous pouvons calculer le rapport signal sur bruit :

$$\frac{I_s(\omega)}{I_n} = \frac{\Pi^2}{4} \frac{\eta}{h\nu} \lambda_o^2 r_R^2 P_o \tilde{n}_1^2 L^2$$

$$\exp\left[\frac{-(k_1-k_\Delta)^2 w_o^2}{4}\right][\delta(\omega + \omega_\Delta - \omega_1) + \delta(\omega - \omega_\Delta + \omega_1)] \qquad (42)$$

Dans notre cas particulier, nous avons adapté l'angle de diffusion de façon à avoir $k_\Delta = k_1$. On effectue la mesure sur un analyseur de spectre au voisinage de la fréquence $\omega = \omega_\Delta - \omega_1$. Si nous intégrons (42) sur les fréquences :

$$\int \frac{I_s(\omega)}{I_n} d\omega = \frac{\Pi^2}{4} \frac{\eta}{h\nu} \lambda_o^2 r_R^2 P_o \tilde{n}_1^2 L^2 \qquad (43)$$

et inversement :

$$\tilde{n}_{1\Delta V}^2 = \frac{4}{\Pi^2} \frac{h\nu}{\eta P_o} \frac{1}{\lambda_o^2 r_R^2 L^2} \int \frac{I_s(\omega)}{I_n} d\omega \qquad (44)$$

où ΔV indique que la valeur de $\tilde{n}_1^2$ est mesurée dans un certain volume défini par (37). Avec la définition I.89, dans le cas d'une fonction δ nous pouvons écrire :

$$\tilde{n}_{1\Delta V}^2 = \frac{4}{\Pi^2} \frac{h\nu}{\eta P_o} \frac{1}{\lambda_o^2 r_R^2 L^2} 10^{A/10} \qquad (45)$$

et $$f = \frac{\tilde{n}_1}{n_o} = \left[\frac{4}{\Pi^2} \frac{h\nu}{\eta P_o} \frac{1}{\lambda_o^2 r_R^2 L^2 n_o^2} 10^{A/10}\right]^{1/2} \qquad (46)$$

Jusqu'ici, nous avons supposé une optique idéale avec deux faisceaux gaussiens identiques. Cependant, nous avons constaté dans

nos expériences avec les ondes ultrasonores que l'optique était mauvaise ; la taille du laser incident dans le MAO était trop petite par rapport à la longueur d'onde acoustique dans le modulateur et le profil de l'onde laser restait déformé. Pour tenir compte d'un mauvais mélange entre les faisceaux nous pouvons écrire :

$$\tilde{n}_1^2{}_{\Delta V} = \frac{1}{\xi}\,\frac{4}{\Pi^2}\,\frac{h\nu}{\eta P_o}\,\frac{1}{\lambda_o^2\, r_R^2\, L^2}\; 10^{A/10} \qquad (47)$$

où ξ est appelé le facteur d'hétérodynage et dépend uniquement de l'optique de détection (voir paragraphe III.e).

Avec la calibration que nous avons fait du CP et l'équation (34) nous pouvons prévoir une valeur de $\tilde{n}_1$ pour chaque fréquence d'oscillation du cristal, et la comparer avec les résultats des expériences $\tilde{n}_{1\,\Delta V}$ à partir de (47). Pour $n_o = 2.7\ 10^{25}\ 1/m^3$ et $c_s = 340$ m/sec les valeurs des fluctuations excitées par le cristal piézoélectrique et attendues par (34) et la table III.2 sont :

f_r (KHz)	$\tilde{n}_1$ ($1/m^3$)	f	$\Delta\tilde{n}_1$	$\tilde{n}_1 \pm \Delta\tilde{n}_1$
413	$9.8\ 10^{20}$	$3.6\ 10^{-5}$	$5.4\ 10^{20}$	$(9.8 \pm 5.4)\ 10^{20}\ 1/m^3$
480	$14.5\ 10^{20}$	$5.4\ 10^{-5}$	$3.8\ 10^{20}$	$(14.5 \pm 3.8)\ 10^{20}\ 1/m^3$
502	$17.1\ 10^{20}$	$6.4\ 10^{-5}$	$6.1\ 10^{20}$	$(17.2 \pm 6.1)\ 10^{20}\ 1/m^3$

où $$\Delta\tilde{n} = \frac{n_o \omega_1}{c_s}\,\Delta\bar{a} \qquad (48)$$

Dans la dernière colonne de la table nous voyons le domaine de valeurs dans lequel nous attendons trouver nos mesures. Par l'expérience de diffusion, pour $P_o = .4$ watt, $\eta = .22$, $L = .025$m et $\xi = .11$ avec une largeur de bande $\Delta f = 30$ KHz, nous avons trouvé les résultats suivants :

f_r (KHz)	Δ	$\tilde{n}^2_{1\,\Delta V}$ (m^{-6})	$\Delta\tilde{n}^2_{1\,\Delta V}$	$\tilde{n}^2_{1\,\Delta V}$	$f_{\Delta V}$	$\tilde{n}_{1\,\Delta V} \pm \Delta\tilde{n}_{1\,\Delta V}$ (m^{-3})
413	94	$1.2\ 10^{41}$	$0.3\ 10^{41}$	$3.4\ 10^{20}$	$1.3\ 10^{-5}$	$(3.4 \pm .4)\ 10^{20}$
480	92	$.7\ 10^{41}$	$0.2\ 10^{41}$	$2.7\ 10^{20}$	$1.0\ 10^{-5}$	$(2.7 \pm .3)\ 10^{20}$
502	99	$3.7\ 10^{41}$	$1\ 10^{41}$	$6\ 10^{20}$	$2.2\ 10^{-5}$	$(6.0 \pm .8)\ 10^{20}$

où $\Delta\tilde{n}^2_{1\,\Delta V}$ est calculé en considérant une erreur de $\pm$ 1 db dans la mesure de $\tilde{n}^2_{1\,\Delta V}$. En comparant les deux tables précédentes, nous voyons que la mesure hétérodyne est inférieure à celle qu'on attend : d'un facteur trois à 413 KHz, d'un facteur cinq pour 408 KHz et d'un facteur trois pour 502 KHz.

E - SENSIBILITE DE LA DETECTION.

A partir de la formule (47) nous pouvons estimer la sensibilité de la détection hétérodyne pour une onde monochromatique. En supposant un rapport signal sur bruit égal à 1, (A = O), et un cas idéal (ξ = 1), nous pouvons calculer la fluctuation minimale que nous pouvons détecter par cette méthode dans les mêmes conditions de puissance et d'efficacité quantique. On obtient :

$$\tilde{n}^2_{1\,\Delta V\ min} = 3.5\ 10^{30}\ m^{-6}$$

$$\tilde{n}_{1\,\Delta V\ min} = 1.9\ 10^{15}\ m^{-3}$$

$$f_{min} = \frac{\tilde{n}_{1\ min}}{n_o} = 7\ 10^{-11}$$

En fait, cette limite pouvait même être réduite puisque le rapport signal sur bruit dépend de la largeur de bande, (arbitraire ici de 30 KHz) dans laquelle nous faisons la mesure. Si nous diminuons cette largeur, le rapport signal sur bruit augmente.

F - EFFICACITE D'HETERODYNAGE.

Les équations I.58 et I.59 décrivent les profiles des faisceaux gaussiens pour des surfaces d'onde planes. Quand cette condition n'est pas remplie, les équations du courant I.46 et de sa densité spectrale I.63 sont modifiées.

Expérimentalement, pour tenir compte de cette modification et donc, d'un mauvais mélange optique des deux faisceaux sur les détecteurs, nous avons ajouté le facteur d'hétérodynage ξ dans l'équation 47. Nous allons montrér comment nous avons mesuré ce facteur ξ.

Nous faisons passer le faisceau primaire à travers une lame séparatrice qui ne laisse passer qu'un millième de la puissance incidente. Cette partie transmise à le même profil que le faisceau primaire et comme elle a une très faible puissance, elle peut être envoyée directement sur le détecteur Cd Hg Te (voir table II.2).

Soient $E(\vec{r},t) = \mathcal{E}_{OL}(\vec{r}) \cos(\omega_o + \omega_\Delta)t$ le champ électrique de l'O.L. et $E_{OL}(\vec{r},t) = \mathcal{E}(\vec{r}) \cos(\omega_o t + \phi)$ celui provenant de la partie transmise du primaire ; et soient P_{OL} et P les puissances correspondantes.

Nous pouvons bloquer l'un ou l'autre de ces faisceaux et faire une mesure des courants correspondants i_{OL} et i et donc connaître P_{OL} et P.

Nous pouvons aussi envoyer les deux faisceaux simultanément ; le mélange produit un battement que nous pouvons détecter dans l'analyseur de spectre.

La puissance totale du mélange de ces deux champs est de la forme :

$$P_T = P + P_{OL} + \text{constante} \int_A \mathcal{E}(\vec{r})\, \mathcal{E}_{OL}(\vec{r}) \cos[(\omega_o+\omega_\Delta)t] \cos[\omega_o t+\phi]\, d^2r \qquad (49)$$

où A la surface du détecteur. Si le mélange est parfait, c'est-à-dire si les deux faisceaux sont proportionnels l'un à l'autre, la puissance est de la forme :

$$P_T = P + P_{OL} + 2\sqrt{P\,P_{OL}}\cos(\omega_\Delta t + \phi) \qquad (50)$$

Si le mélange n'est parfait :

$$P_T = P + P_{OL} + P'\cos(\omega_\Delta t + \phi) \qquad (51)$$

où nous ne connaissons pas la relation entre P', P et P_{OL}.
Nous définissons :

$$\xi \equiv \frac{P'}{2\sqrt{P\,P_{OL}}} \qquad (52)$$

en P' est la puissance du battement et P et P_{OL} sont les puissances de chacun des faisceaux. Quant le mélange est parfait, de (50) et (51) nous avons :

$P' = 2\sqrt{P\,P_{OL}}$ et $\xi = 1$. ξ dépend des profils des faisceaux.

Puisque nous mesurons directement i_{OL} et i, c'est convenable d'exprimer ξ en termes de courant

$$\xi = \frac{i'}{2\sqrt{i_o\, i}} \qquad (53)$$

où i est le courant correspondant à la puissance P' mesuré avec l'analyseur de spectre :

$$P' = R \ \langle I^2 \rangle \tag{54}$$

$$i' = \sqrt{2 \ \langle I^2 \rangle} \tag{55}$$

R l'impédance de l'analyseur de spectre.

Nous avons fait quatre mesures de ξ :

i_{OL} (mA)	i (mA)	i' (mA)	ξ
1.1	1.15	0.28	.12
1.15	1.15	0.28	.12
1.3	1.4	0.18	.07
1.0	1.0	0.16	.13

$R = 50\ \Omega$

$\overline{\xi} = .11$

$\Delta\xi = .02$

C'est la valeur de $\overline{\xi}$ que nous avons utilisée pour les calculs du paragraphe précédent.

C H A P I T R E I V

TURBULENCE D'UN JET D'AIR COMPRIME

CHAPITRE IV

TURBULENCE D'UN JET D'AIR COMPRIME

A - DISPOSITIF EXPERIMENTAL.

Nous produisons un jet axisymétrique d'air comprimé à partir d'un orifice circulaire. Deux orifices ont été utilisés, l'un de 1mm et l'autre de 3mm de diamètre. Près de l'orifice est installé un manomètre pouvant mesurer la pression entre O et 4.4 bar. La fig. IV.1 [9] montre une coupe schématique d'un jet axisymétrique le long de son axe. On distingue habituellement trois régions. Dans la première, le mouvement est celui d'un flux laminaire. Dans la deuxième, appelée zone de mélange, il y a une partie de flux laminaire et il existe déjà un mouvement turbulent. La troisième est celle où la turbulence est pleinement développée ; elle se trouve à une distance comprise entre 20 et 40 fois le diamètre du nez.

A côté de la coupe du jet, la figure montre la distribution de vitesses dans chaque région.

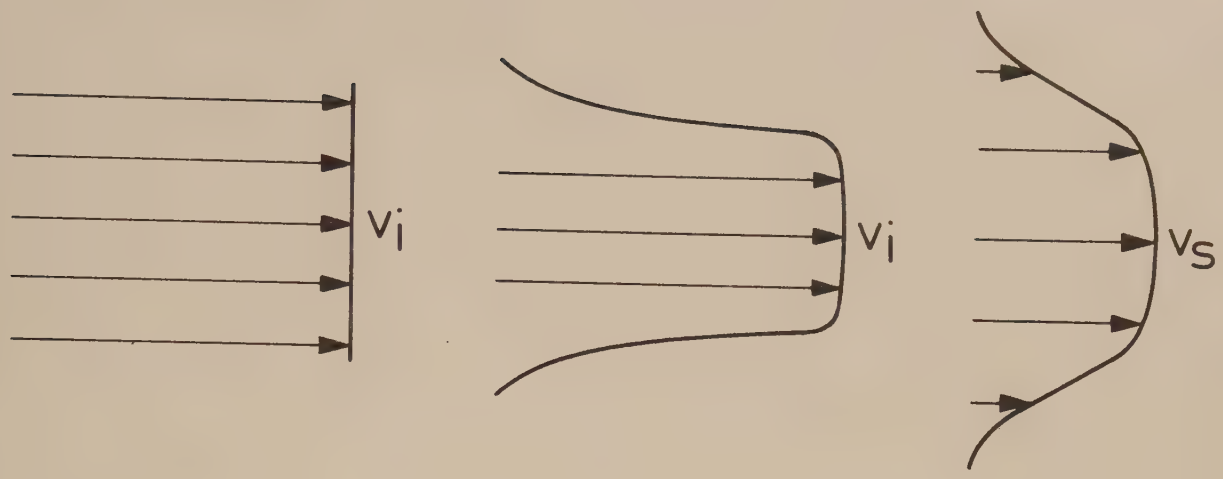
Un jet axisymétrique peut être comparé à un cône ; si nous faisons des coupes transversales le long de l'axe du jet, nous trouverons des cercles dont le rayon croît avec la distance au nez.

Nous définissons pour la suite un nouveau système d'axes : nous appelons $\overline{OZ}$ l'axe fixe du faisceau oscillateur local et pour axe $\overline{OX}$ la direction verticale. Le vecteur $\vec{k}_\Delta$ définit par la diffusion est dans le plan YOZ et voisin de l'axe $\overline{OY}$.

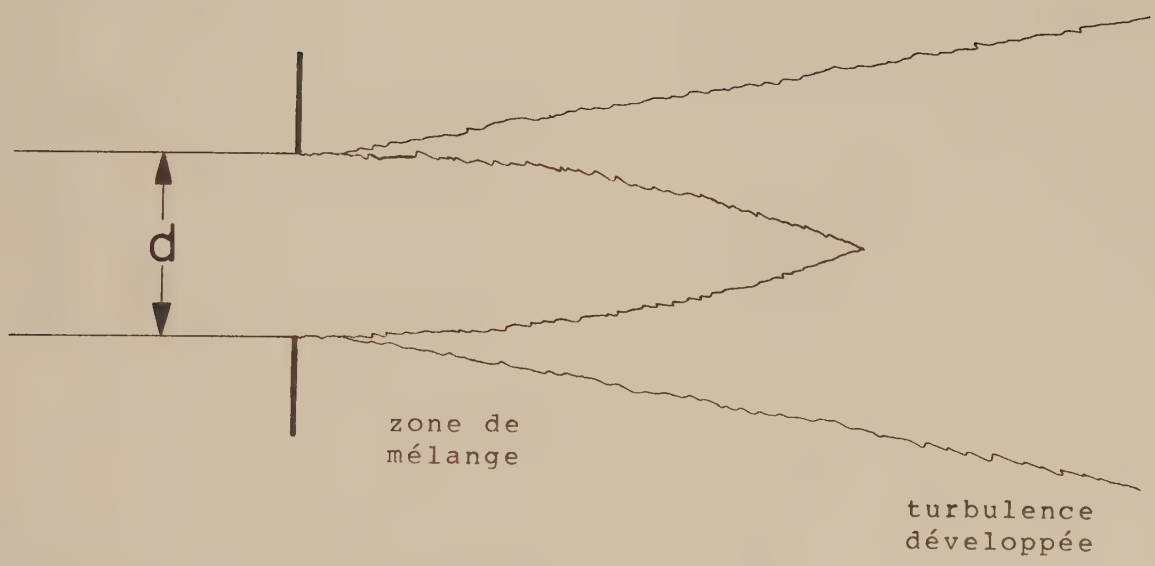
Nous avons installé le nez sur un montage micrométrique de Micro Contrôle (voir fig. IV.2). Le nez est toujours dirigé vers la zone d'intersection des faisceaux et il a trois mouvements possibles. Un des mouvements décrit une circonférence dans le plan XOY ; nous appelons α l'angle entre l'axe $\overline{OX}$ et l'axe du jet dans le plan XOY, dans les directions parallèle et perpendiculaire à l'axe du jet.

V_S : Vitesse centrale

V_i : vitesse initiale



a) Distribution de vitesses



b) coupe longitudinale d'un jet

Fig. IV.1 - Schéma d'un jet axisymétrique

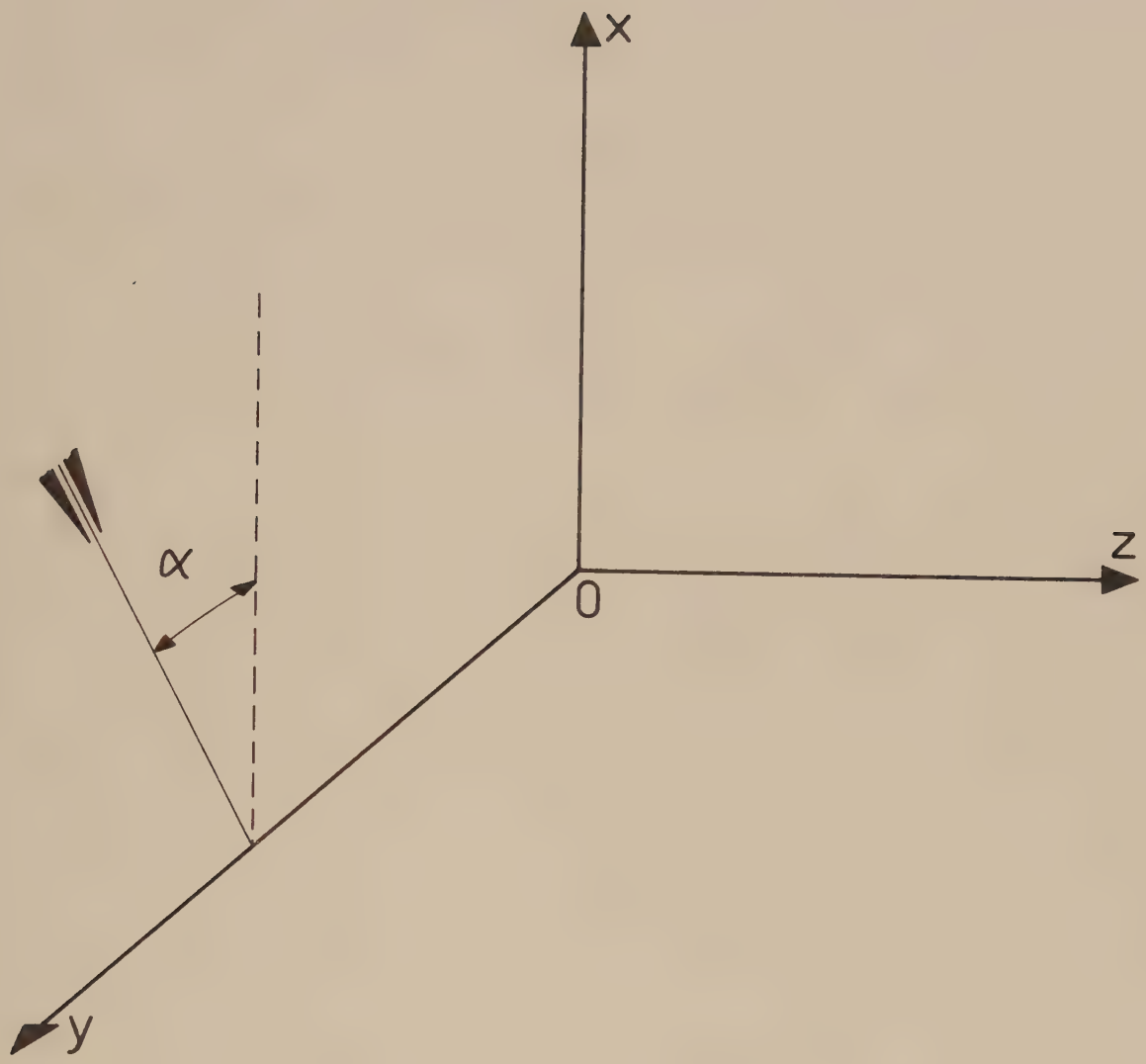


Fig. IV.2 - Montage de la Buse

Le montage décrit ci-dessus permet de placer n'importe quelle région du nez dans la zone d'intersection des faisceaux optiques. Nous pouvons donc étudier les fluctuations de n'importe quelle région du jet dans n'importe quelle direction perpendicualire à l'axe optique.

Dans le premier chapitre nous avons vu qu'avec la détection hétérodyne nous pouvons mesurer des fluctuations de densité correspondantes au $\vec{k}_\Delta$ déterminé par l'angle de diffusion et donc par l'optique. Pour les petits angles de diffusion dans lesquels nous travaillons ($\theta \sim 20$ mrad), nous pouvons supposer que $\vec{k}_\Delta$ est parallèle à $\overline{OY}$.

Dans la figure IV.3a, nous montrons d'une part la zone d'intersection des faisceaux, qui est un losange hachuré de diagonale D et, d'autre part,la zone de turbulence qui est la section transversale du cône de diamètre L. Pour chaque mesure, nous détectons les fluctuations qui existent dans l'intersection entre le cône de turbulence et la zone d'intersection des faisceaux. Pour toutes les mesures que nous avons fait $L < D$.

Puisque la turbulence a un spectre large, nous pouvons appliquer directement les formules I.90, I.91 et I.92 pour calculer la densité spectrale et le taux des fluctuations. Dans ces formules, le seul paramètre que nous ne connaissons pas est la longueur de la turbulence. Nous montrons dans le paragraphe suivant la façon de mesurer cette longueur.

B - ANALYSE RADIALE DE LA TURBULENCE.

Nous plaçons un nez de trois millimètres de diamètre dans le plan XY à une distance X = 90 mm de la zone de diffusion avec l'axe de symétrie du jet parallèle à l'axe $\overline{OX}$, ($\alpha = 0°$, fig. IV.2). Les fluctuations que nous pouvons détecter dans cette position du nez sont celles de la turbulence développée dans l'axe du jet dont le vecteur d'onde est

perpendiculaire à l'axe du jet ($|\vec{k}_\Delta|$ étant déterminé par l'angle de diffusion). L'expérience a été faite pour θ = 10 mrad qui correspond à $|\vec{k}_\Delta| = 6\ 10^3\ m^{-1}$, une pression de p = 4.2 bar et une largeur de bande Δf = 3 khz.

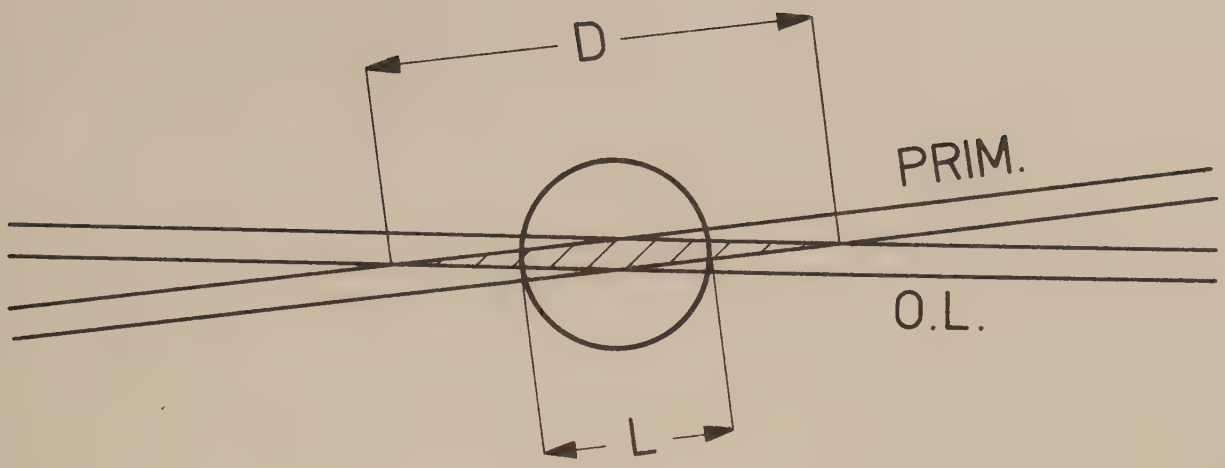
Nous sommes placés pour faire une détection au centre de la section transversale montrée par la zone hachurée de la fig. IV.3b.Comme L $\ll$ D pour une mesure de $S(\vec{k}_\Delta,\omega)$, nous avons un résultat intégral le long d'un "cylindre" (comparer IV.3a et IV.3b) de rayon égal à la taille du faisceau (w_o = 1 mm) et de longueur égale au diamètre de la section transversale du cône de turbulence.

Une fois faite cette mesure, nous déplaçons le nez le long de l'axe $\overline{OY}$ une distance égale à deux fois la taille du faisceau. La mesure correspondante à cette position inclut les fluctuations dans un cylindre avec le même rayon que précédemment, mais de longueur égale à la corde correspondante à cette position de y (voir fig. IV.3b).

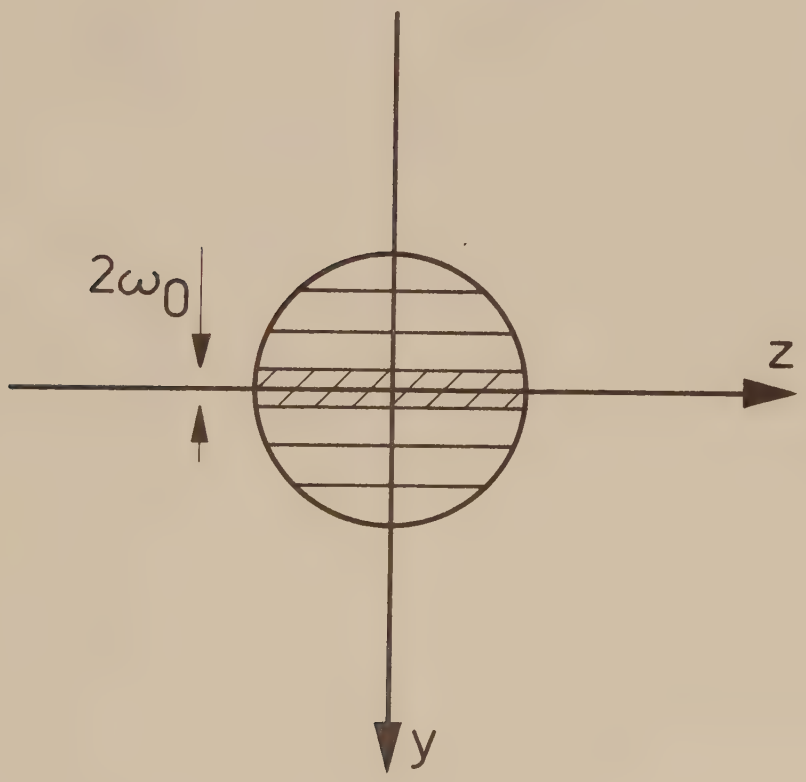
Pour faire une analyse radiale de la turbulence, nous continuons ce procédé. Pour chaque mesure nous aurons des cylindres de même rayon dont la longueur dépendra de la distance y à l'axe du jet.

La figure IV.4 montre la variation de $S(\vec{k}_\Delta,\omega)$ avec la position radiale y dans la section transversale du cône. Le résultat aurait été symétrique si nous avions déplacé le nez dans le sens inverse de y.

Nous observons d'abord pour y = O une courbe symétrique avec un unique maximum à la fréquence de battement ω_Δ. Puis, à mesure que nous nous éloignons de l'axe du jet, l'amplitude décroît et la courbe devient dissymétrique, le spectre plus intense du côté des hautes fréquences, c'est-à-dire, pour les fluctuations se propageant vers l'extérieur du jet. Ensuite un nouveau pic indépendant apparaît de fréquence centrale 380 KHz et se propageant vers l'extérieur. Le rapport



a) Comparaison entre la longueur de la turbulence (L) et la longueur d'intersection des faisceaux (D).



b) Analyse radiale de la turbulence par franges d'épaisseur $2w_o$

Fig. IV.3 - Détermination de la longueur de la turbulence.

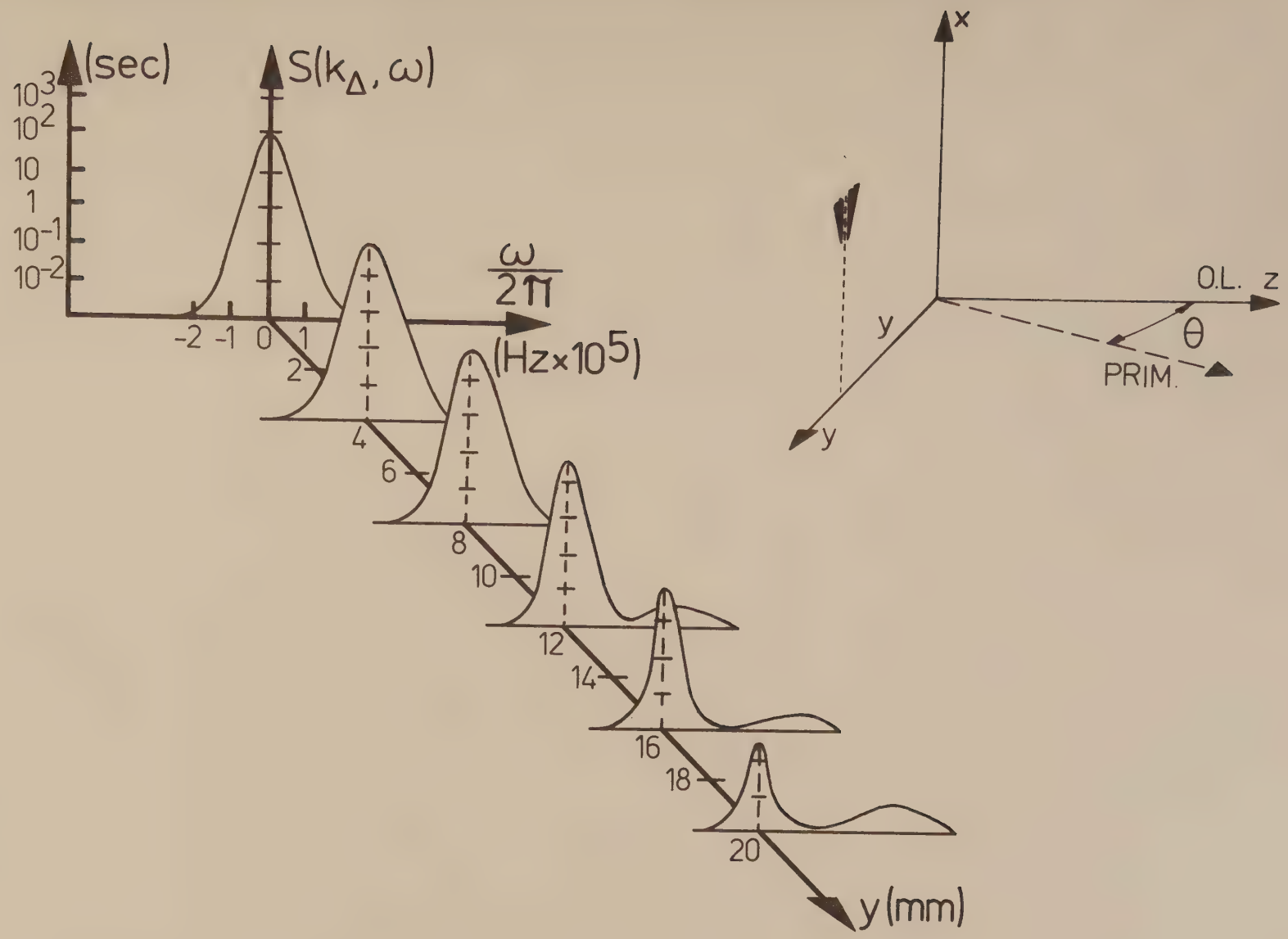


Fig. IV.4 - Analyse radiale de la turbulence
X = 90 mm, d = 3 mm, p = 4.2 bar,
Δf = 3KHz, k_o = .6 10^4 m^{-1}, α = 0°

de cette fréquence au nombre d'onde supposé par l'optique $k_\Delta = 6\ 10^3\ m^{-1}$ montre que ces fluctuations se propagent à 398 m/sec qui est la vitesse des ondes ultrasonores. Nous observons donc les ondes ultrasonores rayonnées par la turbulence à l'extérieur. Remarquons que l'amplitude de ces fluctuations est beaucoup plus faible (40 db) que celles des fluctuations de vitesse moyenne nulle observées au centre. Nous distinguerons par le nom de "fluctuations de masse" le spectre centré à fréquence nulle pour les distinguer des "fluctuations ultrasonores".

Nous avons également observé que si nous nous approchons du nez, les ondes ultrasonores apparaissent plus proches de l'axe comme on pouvait attendre puisque les diamètres des zones transversales près du nez sont plus petits. La figure IV.5 montre l'apparition de ces ondes à différentes distances du nez. L'axe OY montre la distance à l'axe du jet et l'axe $\overline{OX}$ la distance au nez.

Si nous intégrons en fréquence chaque courbe de la figure IV.4, nous pouvons calculer le spectre $S(\vec{k}_\Delta)$ pour chaque valeur de y à partir de I.91. Nous avons tracé $S(\vec{k}_\Delta)$ en fonction de y dans la figure IV.6a. Cette variation est dûe à la variation de la longueur L de la turbulence avec y (fig. IV.5b). Pour connaître le profil radial de $S(\vec{k}_\Delta)$ et du taux des fluctuations f nous devons procéder à une inversion d'Abel.

Nous sommes intéressés par la valeur de $S_{\vec{k}_\Delta}(y)$ dans chaque point (y,z). $S_{\vec{k}_\Delta}(y)$ est en fait l'intégrale le long de z de cette fonction de point $S_{\vec{k}_\Delta}(y,z)$. Si nous appelons $r = \sqrt{y^2 + z^2}$ nous pouvons écrire

$$S_{\vec{k}_\Delta}(y) = \int_{\sqrt{R^2-r^2}}^{\sqrt{R^2-r^2}} S_{\vec{k}_\Delta}(r)\,dz \qquad (1)$$

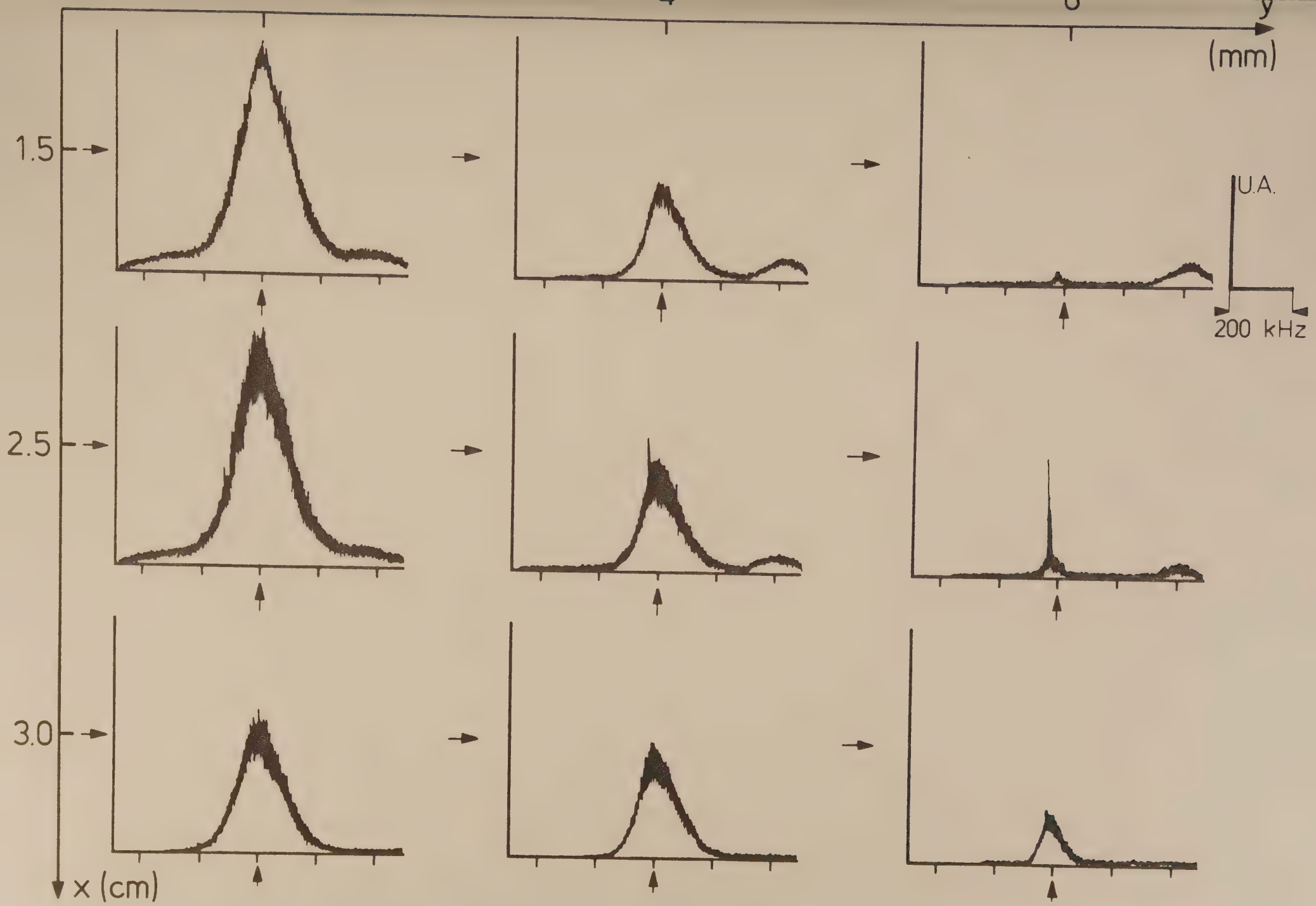


Fig. IV.5 - Analyse radiale de la turbulence

En supposant que le système est symétrique par rapport à l'axe $\overline{OX}$, nous pouvons calculer $S_{k_\Delta}^{\rightarrow}(r)$ à partir de la formule d'inversion d'Abel [9]

$$S_{k_\Delta}^{\rightarrow}(r) = \frac{-1}{\Pi} \int_r^R \frac{dS_{k_\Delta}^{\rightarrow}(y)}{dy} \frac{dy}{\sqrt{y^2-r^2}} \qquad (2)$$

A partir de la figure IV.6a, nous avons mesuré la densité de $S_{k_\Delta}^{\rightarrow}(y)$ à chaque point en prenant la valeur moyenne des pentes entre $S_{k_\Delta}^{\rightarrow}(y_{i-1})$ et $S_{k_\Delta}^{\rightarrow}(y_i)$, et $S_{k_\Delta}^{\rightarrow}(y_i)$ et $S_{k_\Delta}^{\rightarrow}(y_{i+1})$. Après, nous avons approché l'intégrale (2) par une somme et nous avons imposé les conditions

i) $R \to \infty$

ii) $$\left.\frac{dS_{k_\Delta}^{\rightarrow}(y)}{dy}\right|_{y=0} = 0$$

iii) $$\left.\frac{dS_{k_\Delta}^{\rightarrow}(y)}{dy}\right|_{y=18\ mm} = 0$$

Pour chaque valeur de r nous avons :

$$S_{k_\Delta}^{\rightarrow}(r) = \frac{-1}{\Pi} \sum_{y=o}^{18} \frac{dS_{k_\Delta}^{\rightarrow}(y)}{dy} \frac{1}{\sqrt{y^2-r^2}} \Delta y \qquad (3)$$

où $\Delta y = 2w_o$.

Le résultat de l'inversion apparaît dans la figure IV.6b. Si nous définissons L/2 comme la valeur de r pour laquelle $S_{k_\Delta}^{\rightarrow}(r)$ est la moitié de son maximum, nous trouvons pour l'expérience faite à X = 90 mm du nez L ≃ 11 mm avec une erreur de mesure donnée par la taille du faisceau 1 mm

Nous utisiserons cette valeur de L pour calibrer toutes nos mesures.

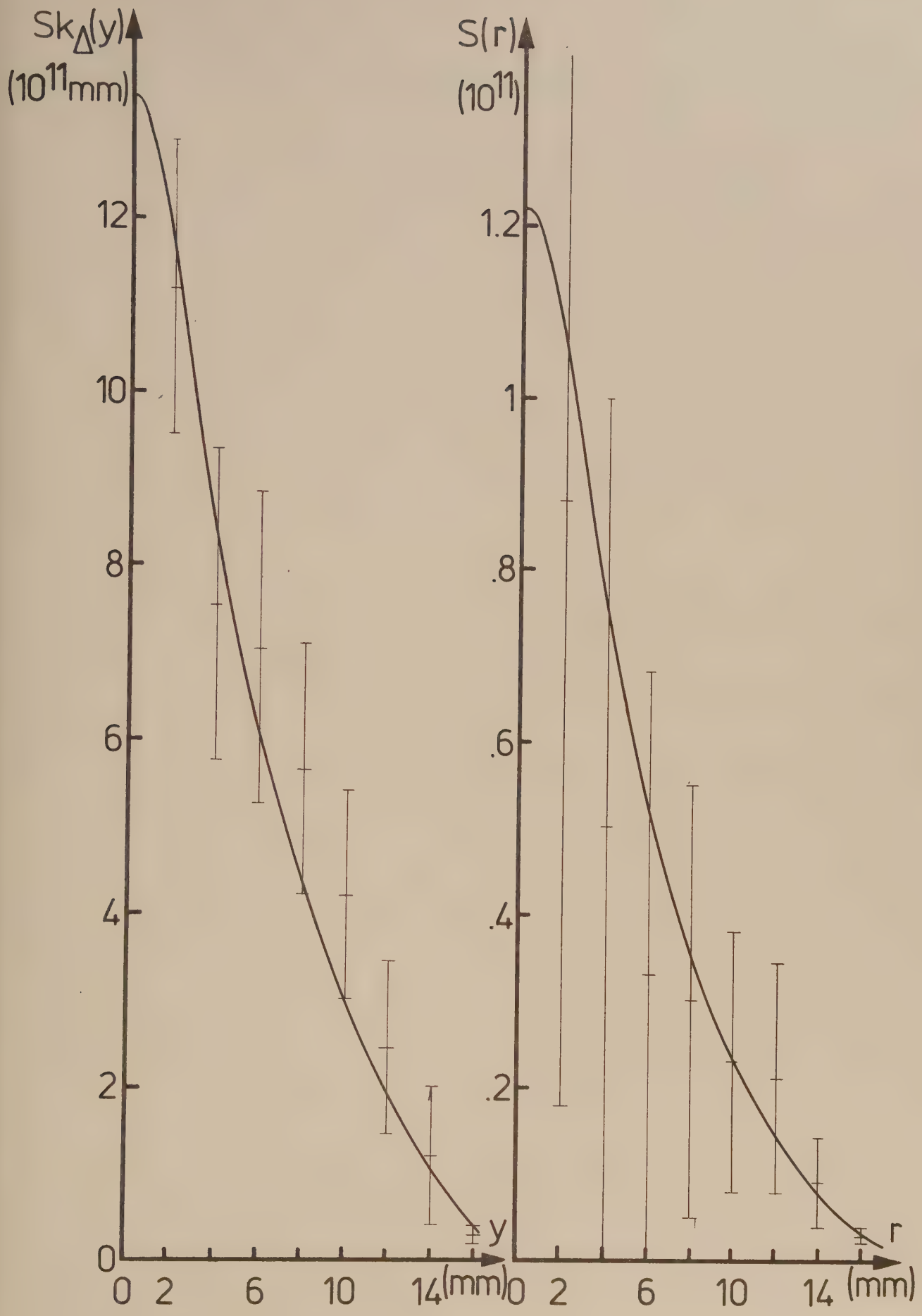


Fig. IV.6 - a) Variation de $S(\vec{k}_{\Delta})$ avec y - b) Inversion d'Abel. Variation de $S(\vec{k}_{\Delta})$ avec r.

C - ANISOTROPIE DU SPECTRE $S(\vec{k}_\Delta, \omega)$.

Nous plaçons une autre fois le nez en y = O pour X = 90 mm de façon que l'axe du jet passe par le centre de la zone de diffusion et nous le faisons tourner dans le plan $\overline{XY}$. L'angle de diffusion cans cette expérience a été de 20 m rad, ce qui correspond à $|\vec{k}_\Delta| = 1.2\ 10^4$ 1/m. Nous allons détecter des fluctuations avec la même valeur $|\vec{k}_\Delta|$ mais pour différentes directions : $\alpha = 0°$ correspond à $\vec{k}_\Delta$ perpendiculaire au flot, $\alpha = 90°$ et $\alpha = -90°$ correspond à $\vec{k}_\Delta$ parallèle et antiparallèle au flot respoectivement. La figure IV.7 montre le spectre $S(\vec{k}_\Delta, \omega)$ pour quelques valeurs de α entre -90° et +90°. Lors d'une relation complète, nous pouvons observer les symétries :

- le spectre pour $\alpha = 45°$ est identique à celui de $\alpha = 135°$;
- le spectre pour $\alpha = -45°$ est identique à celui de $\alpha = -135°$
- et celui de $\alpha = 0°$ identique à celui de $\alpha = 180°$.

Pour $\alpha = 0°$, nous voyons que $S(\vec{k}_\Delta, \omega)$ est symétrique en fréquence puisque dans ce cas $\vec{k}_\Delta$ est perpendiculaire au flot, il n'y a pas une direction préférentielle dans le spectre. Pour $\alpha \neq 0$, il y a par contre toujours une dissymétrie (ce qui ne permettrait pas de voir une détection homodyne définie au premier chapitre).

Pour chaque valeur de α nous pouvons retenir une vitesse, la vitesse de phase correspondante au maximum du spectre. La figure IV.8 montre la variation de cette vitesse avec α. Le trait plein montre la courbe sin α.

Ce que nous mesurons en fait pour $\alpha = 90°$ est le déplacement doppler du pic maximum et donc la vitesse du jet. Pour les autres angles, nous mesurons la projection de cette vitesse dans la direction d'observation.

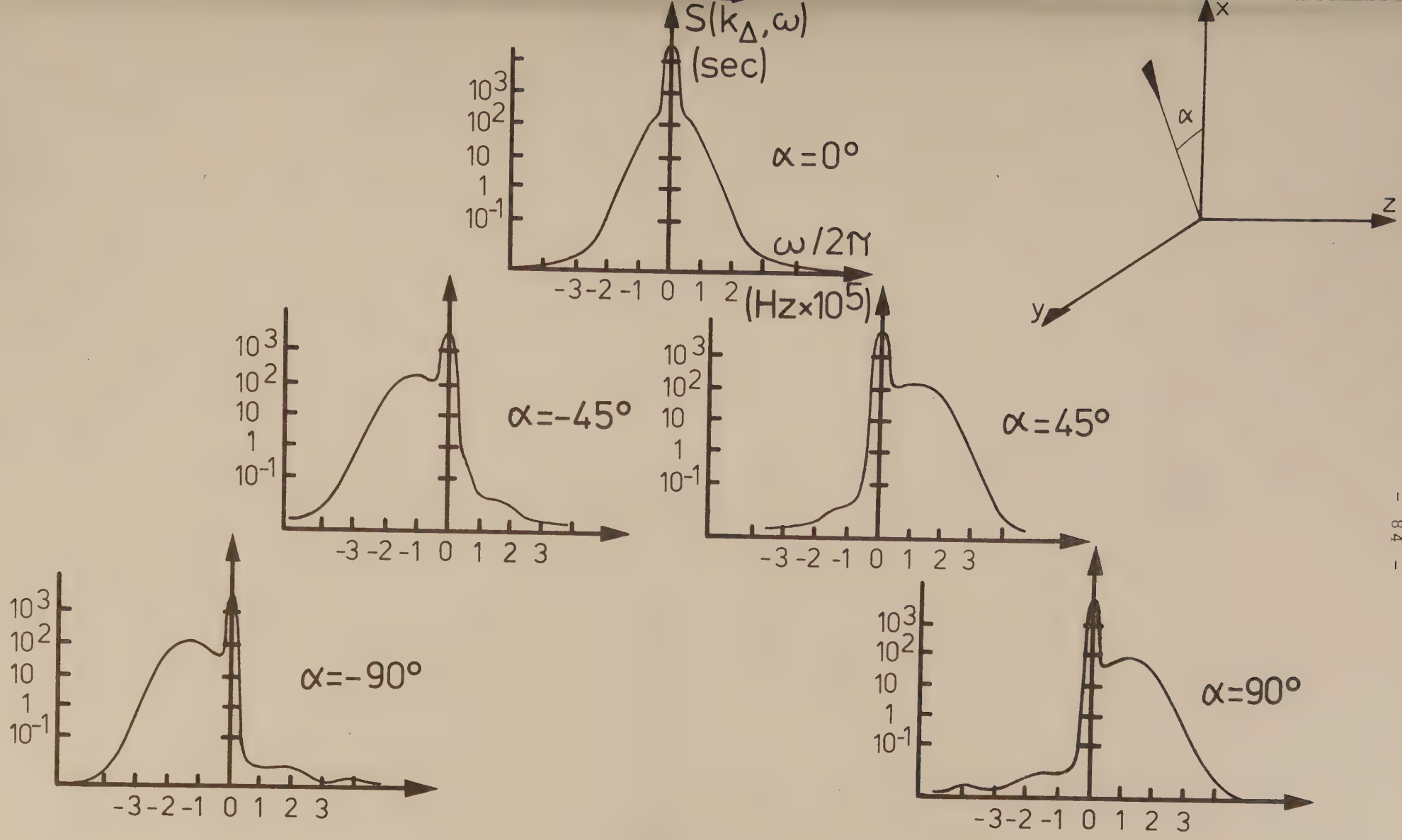


Fig. IV - Anisotropie du spectre spatio-temporel. α = 0° montre $\vec{k}_\Delta$ perpendiculaire au flot ; α = 90° et α = -90° montrent $\vec{k}_\Delta$ parallèle et antiparallèle au flot. X = 90 mm ; d = 3 mm ; p = 4.2 bar, Δf = 30 KHz, $k_\Delta = 1.2\ 10^4\ m^{-1}$.

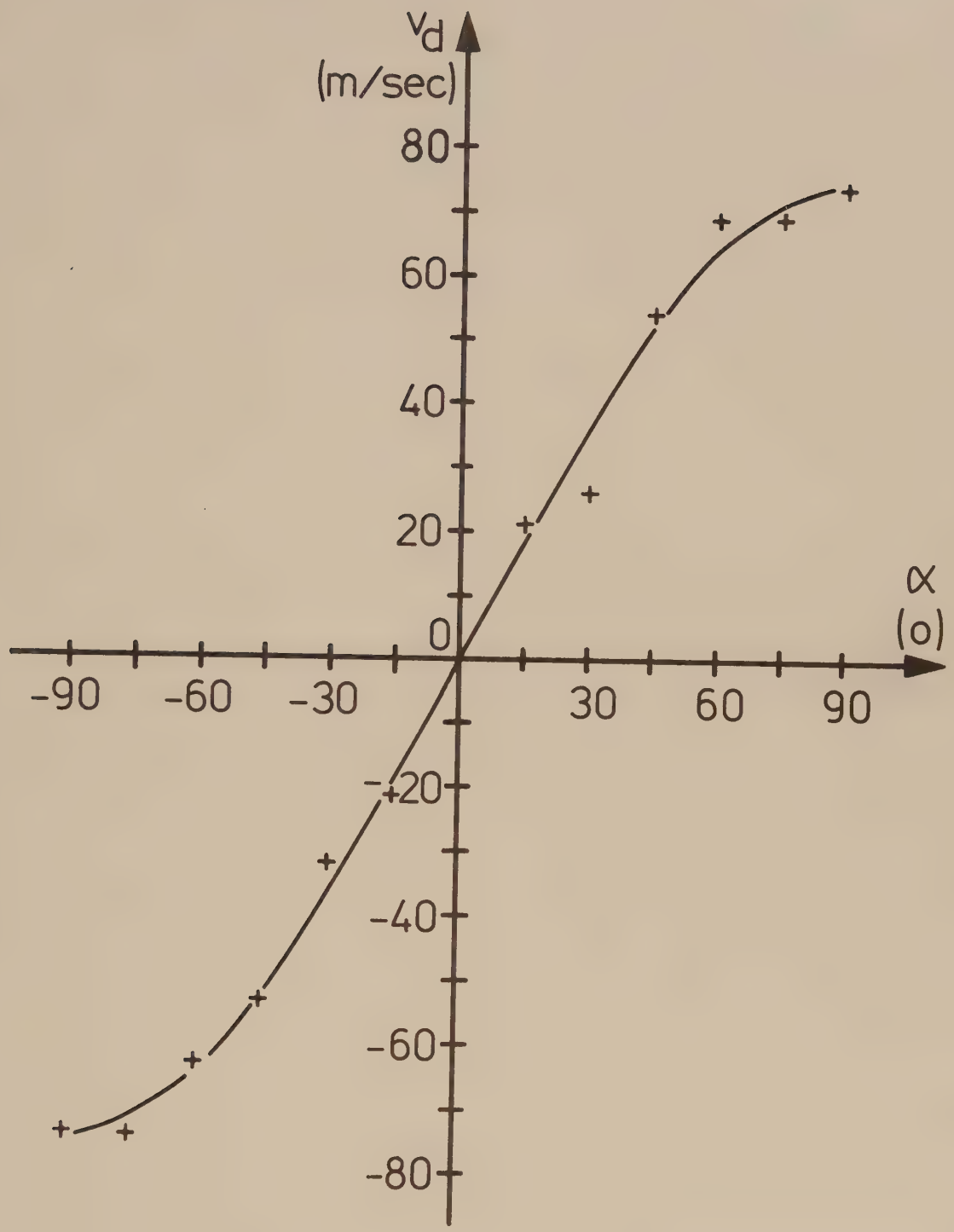


Fig. IV.8 - Projection de la vitesse du jet sur la direction de détection. Le trait plein montre sin α.

A partir de $S(k_\Delta,\omega)$ pour chaque valeur de α, nous pouvons mesurer $S(\vec{k}_\Delta)$ et f^2. Nous trouvons que les deux restent invariants avec α (à 4db près). Bien que la forme du spectre change, la valeur intégrale et donc la fluctuation quadratique reste la même. Pour θ = 20 m rad, $k_\Delta = 1.2\ 10^4$ 1/m, p = 4.2 bar et Δf = 30 Khz correspondant à figure IV.7 ; nous avons obtenu les valeurs suivantes :

$$S(\vec{k}_\Delta,\omega) = 2\ 10^2 \text{ sec}$$

$$S(\vec{k}_\Delta) = 1.6\ 10^8$$

$$f^2(\vec{k}_\Delta) = 1.5\ 10^{-11}$$

$$f_\Delta(\vec{k}_\Delta) = 3.9\ 10^{-6}$$

D - SPECTRE DE FLUCTUATIONS PERPENDICULAIRES A L'AXE DU JET.

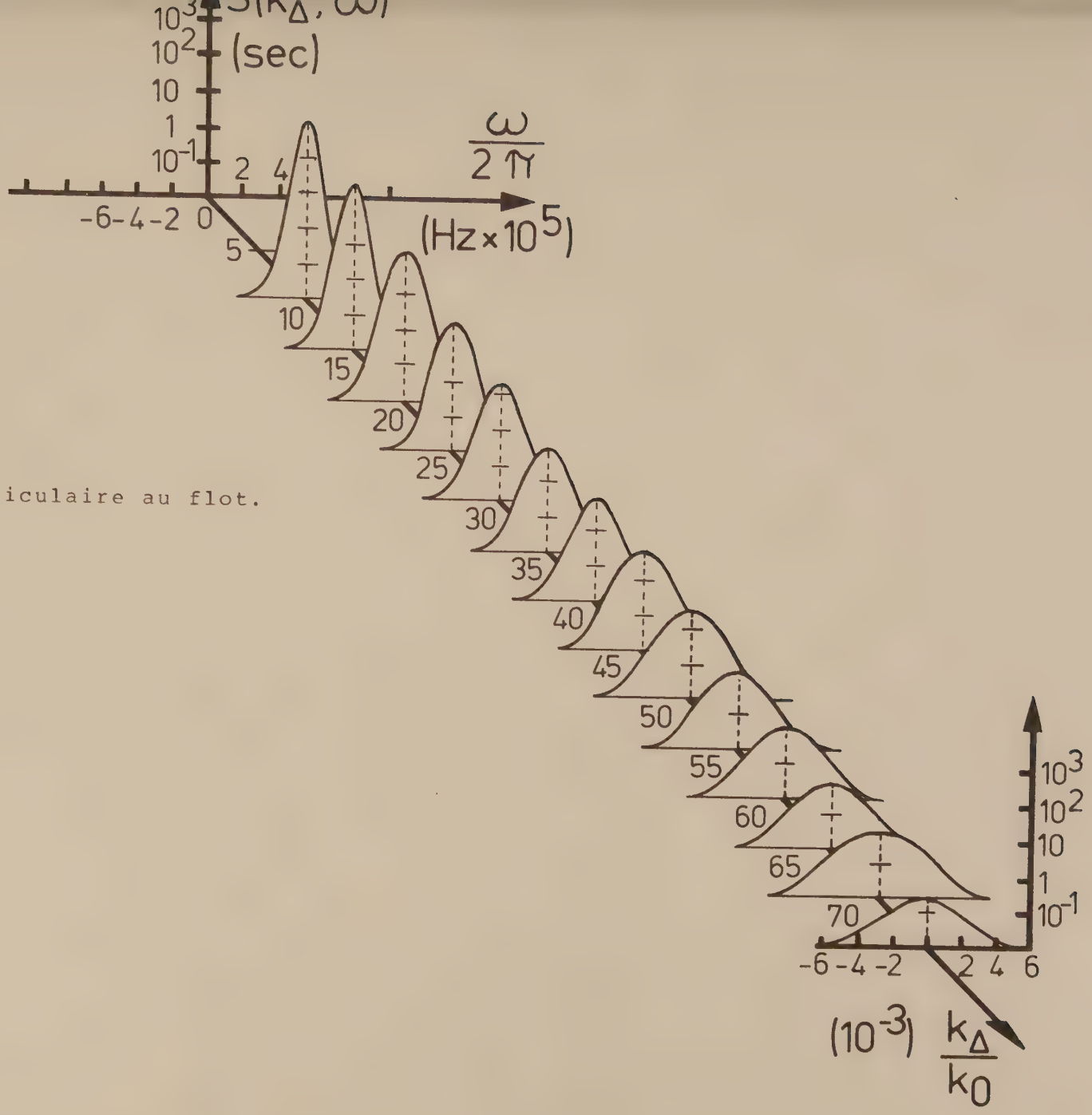
Toujours avec la même disposition du montage X = 90 mm; α = 0, nous avons changé θ entre 10 et 85 mrad. Nous analysons des fluctuations dont le vecteur d'onde est perpendiculaire au flot avec une variation de $|\vec{k}_\Delta|$ entre $6\ 10^4$ et $5\ 10^4 m^{-1}$. La figure IV.9 montre la variation de $S(\vec{k}_\Delta,\omega)$ avec $|\vec{k}_\Delta|$. On remarque cette fois que les spectres sont toujours symétriques. Toutefois, l'amplitude décroît et la largeur croît avec $|\vec{k}_\Delta|$. Ainsi pour $k_\Delta = 6\ 10^4 m^{-1}$ le maximum de $S(\vec{k}_\Delta,\omega)$ est de 10^3 sec avec une largeur à moins 3 db au maximum de 80 KHz. Pour $k_\Delta = 5\ 10^4$ 1/m, le maximum de $S(\vec{k}_\Delta,\omega)$ est de $2\ 10^{-1}$ sec avec une largeur de 450 KHz.

Nous pouvons calculer $S(\vec{k}_\Delta)$ à partir des courbes de la figure IV.9. Les valeurs que nous avons trouvé varient entre :

$S(\vec{k}_\Delta) = 7.8\ 10^8$, $f^2 = 1.3\ 10^{-10}$, $f = 1.5\ 10^{-5}$ pour $k_\Delta = 6\ 10^4\ m^{-1}$

et

$S(\vec{k}_\Delta) = 6.3\ 10^5$, $f^2 = 9\ 10^{-14}$, $f = 3\ 10^{-7}$ pour $k_\Delta = 5\ 10^4 m^{-1}$.



k_Δ perpendiculaire au flot.

X = 90 mm

d = 3 mm

p = 4.2 bar

Δf = 3 KHz

L = 11 mm

Fig. IV.9 - Variation du spectre $S(\vec{k}_\Delta, \omega)$ avec k_Δ

Afin de tester s'il existe une loi d'échelle de la puissance spectrale avec le nombre d'onde, nous avons tracé (fig. IV.10) la variation de 10 log $S(\vec{k}_\Delta)$ avec 10 log k_Δ/k_o. Les points (croix) s'alignent sur une droite dont la pente, calculée par moindres carrés est -3.4 ± 4.

La table IV.1 montre les résultats des expériences analogues à la précédente faites pour différentes conditions de pression, à différentes distances du nez et pour différents diamètres. Nous avons deux types de résultats. Pour des mesures faites près du nez, nous trouvons deux pentes qui varient pour les petites valeurs de k entre -1.7 et -3 et pour les grandes valeurs entre -5 et -7. A grandes distances du nez, nous trouvons une pente unique égale à -3.7 pour une distance de 15 fois le diamètre et à -3.4 ± 4 pour une distance de 30 fois le diamètre.

Pour comparer cette pente aux théories de la turbulence fluide isotrope, il faut d'abord remarquer que le spectre que nous mesurons $S(\vec{k}_\Delta)$ est un spectre de vecteur d'onde. La théorie de Kolmogorov [11] est établie pour le spectre des nombres (module) d'onde E(k) dans une hypothèse de spectre vectoriel $S(\vec{k})$ isotrope. E(k) et $S(\vec{k})$ sont alors liés par la relation [12]

$$E(k) = 4\Pi\, k^2 S(\vec{k}) \qquad (4)$$

Dans la zone inertielle du spectre de Kolmogorov, loin des petits nombres d'onde caractéristiques de la production et des grands nombres d'onde caractéristiques de la dissipation, le spectre E(k) devrait varier selon la loi :

$$E(k) \sim k^{-5/3} = k^{-1.67} \qquad (5)$$

Pour $S(\vec{k})$ nous attendons donc une variation du type

$$S(k) \sim k^{-11/3} = k^{-3.7} \qquad (6)$$

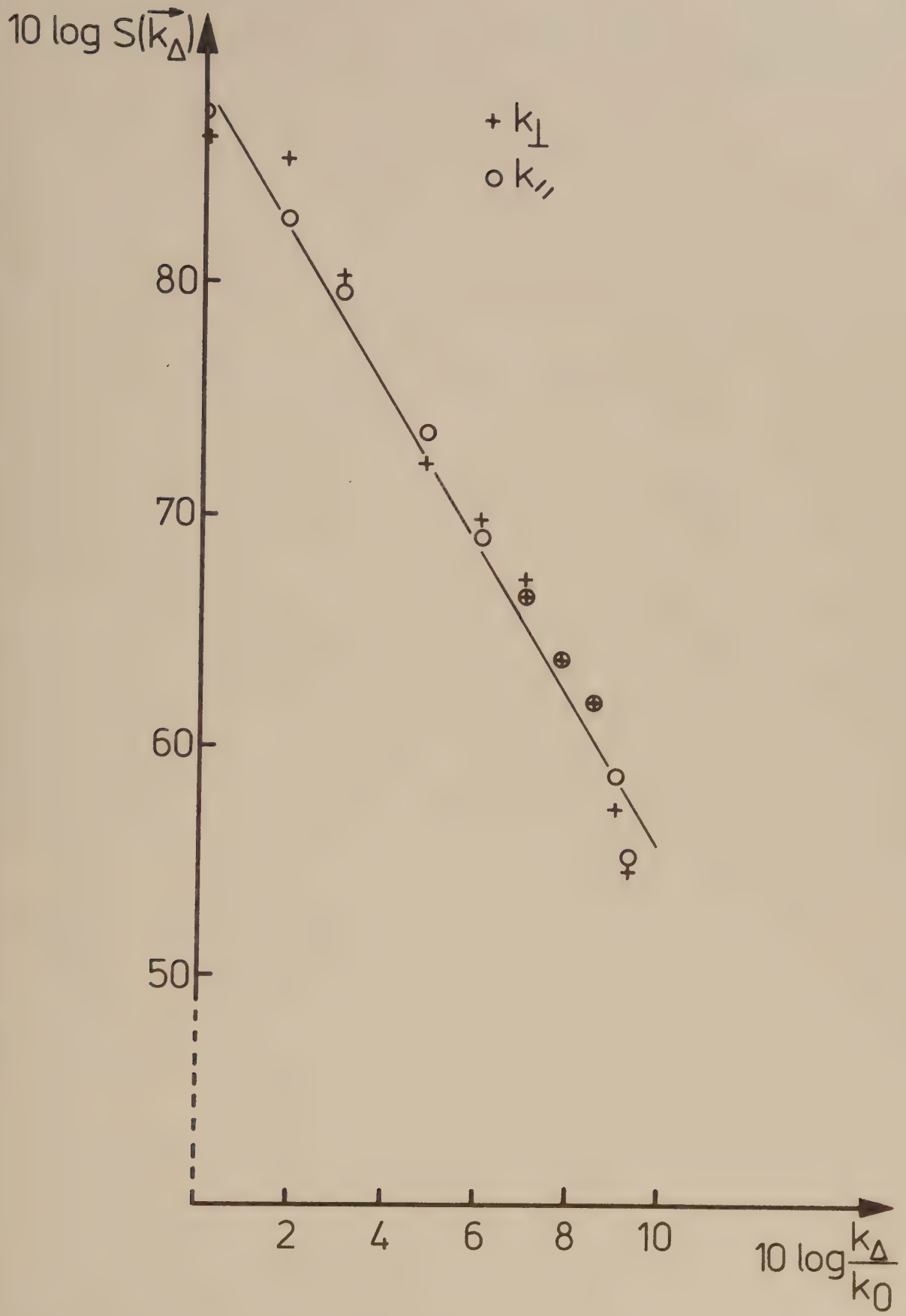


Fig. IV.10 - Variation du spectre intégré $S(\vec{k}_\Delta)$ avec k_Δ.
Pente m = - 3.4 ± .4 calculée par moindres carrés.

TABLE IV.1. VARIATION DE $S(\vec{k}_\Delta)$ AVEC k_Δ.

X distance au nez

m pente calculée par moindres carrées dans la courbe $\log S(\vec{k}_\Delta)$, VS $\log k_\Delta$.

$$S = k^m$$

Pour d = 1 mm (diamètre du nez),

p = 3 bar

X (mm)	m pour k_Δ petit	m^2 pour k_Δ grand
1	- 1.9	- 6
2	- 1.8	- 5.4
3	- 3	- 5.7
4	- 3	- 5
8	- 2.8	- 5.2
9	- 1.75	- 6
10	- 2.9	- 7

Pour d = 3 mm.

Près du nez

X = 2 mm	X = 3 mm
P = 2.6 bar	P = 1.8 bar
$m_1 = -2.6$	$m_1 = -3$
$m_2 = -5$	$m_2 = -5.5$

Loin du nez

X = 45 mm	X = 90 mm
P = 3 bar	p = 4.2 bar
m = -3.7	m = - 3.4 ± 4

Dans un jet d'aire comprimé nous ne pouvons supposer un spectre intégré $S(\vec{k}_\Delta)$ isotrope que dans la zone de turbulence développée. (Nous avons déjà montré que $S(\vec{k}_\Delta)$ est indémendant de α). Le dernier résultat de la table IV.1 qui est aussi celui de la figure IV.10 correspond à une mesure faite dans la zone de turbulence développée (à une distance de 30 fois le diamètre du nez). Nous trouvons $S(\vec{k}_\Delta) \sim k^{-3.4\pm.4}$ ce qui correspond dans sa marge d'erreur au résultat attendu par (6).

E - SPECTRE DES FLUCTUATIONS PARALLELES A L'AXE DU JET.

Nous avons également étudié des fluctuations dont $\vec{k}_\Delta$ est parallèle au flot. Pour cela, nous choisissons $\alpha = 90°$. Nous varions $|\vec{k}_\Delta|$ de la même façon que précédemment en changeant l'angle θ. La figure IV.1 montre les résultats obtenus. Nous avons trouvé pour $k_\Delta = 6\ 10^4\ m^{-1}$ un maximum de $S(k_\Delta,\omega)$ de 10^3 sec avec une largeur de 80 KHz et pour $k_\Delta = 5\ 10^4\ m^{-1}$ un maximum de 10^{-1} sec avec une largeur de 500 KHz. Ces résultats sont du même ordre que ceux trouvés pour $\vec{k}_\Delta$ perpendiculaire au flot.

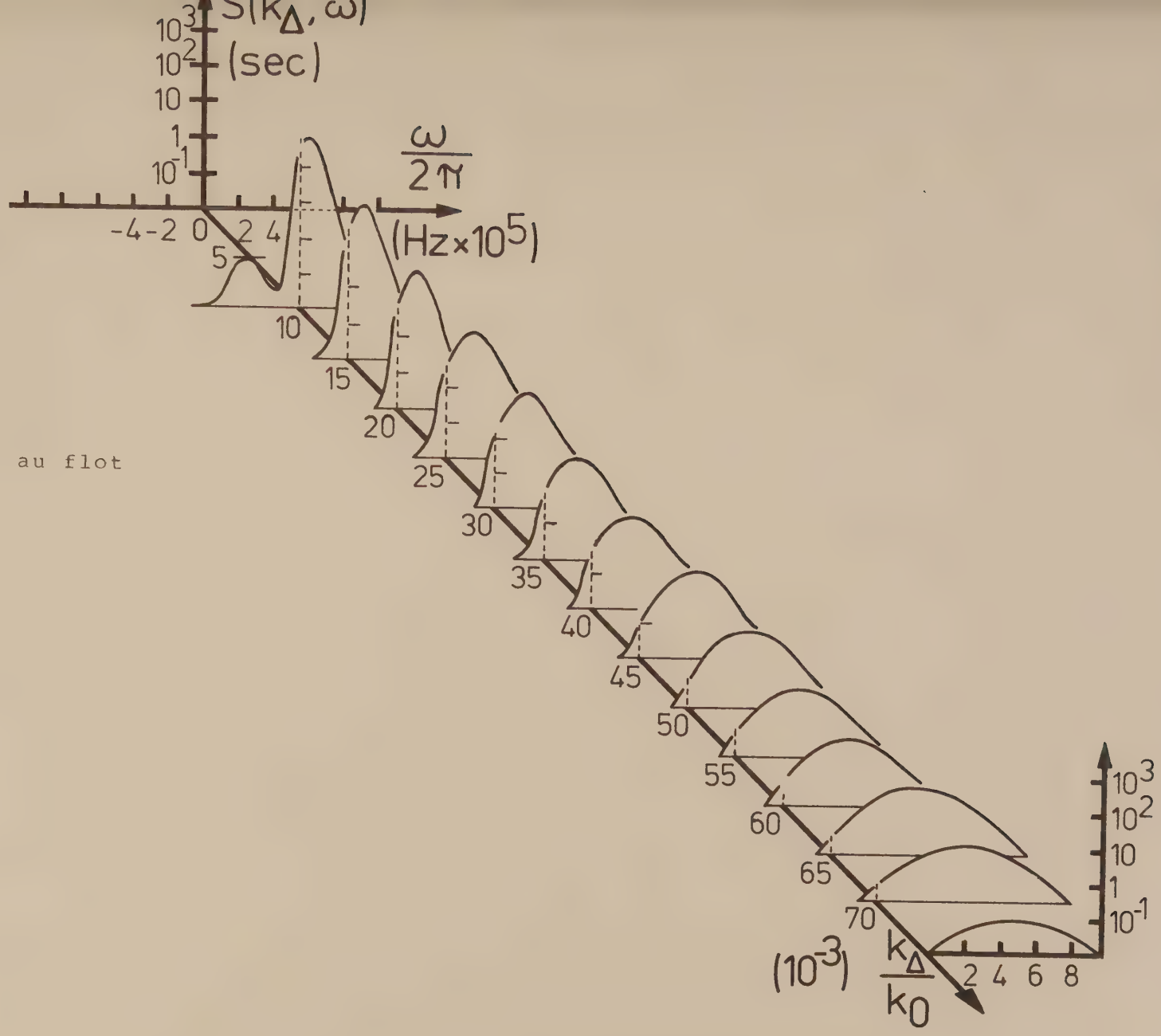
Les spectres sont toujours dissymétriques par rapport à ω_Δ. La fréquence au maximum augmente linéairement avec k_Δ comme nous avons montré dans les figures IV.12a et IV.2b où nous avons tracé la fréquence ω du maximum de $S(k_\Delta,\omega)$ en fonction du nombre d'onde. Ces figures nous donnent par sa pente, une valeur moyenne de la vitesse centrale du jet : 69 m/sec à 90 mm du nez et 147 m/sec à 45 mm du nez.

Nous pouvons maintenant calculer $S(\vec{k}_\Delta)$ à partir des courbes de la figure IV.11

$S(\vec{k}_\Delta) = 9.8\ 10^8$, $f^2(\vec{k}_\Delta) = 1.7\ 10^{-10}$, $f(\vec{k}_\Delta) = 1.3\ 10^{-5}$ pour $k_\Delta = 6\ 10^4\ m^{-1}$

et

$S(\vec{k}_\Delta) = 6.2\ 10^5$, $f^2(\vec{k}_\Delta) = 1\ 10^{-13}$, $f(\vec{k}_\Delta) = 3.3\ 10^{-7}$ pour $k_\Delta = 5\ 10^4\ m^{-1}$.



K_Δ parallèle au flot

X = 90 mm

d = 3 mm

p = 4.2 bar

Δf = 3 Khz

L = 11 mm

Fig. IV.11 - Variation du spectre $S(\vec{k}_\Delta, \omega)$ avec k_Δ

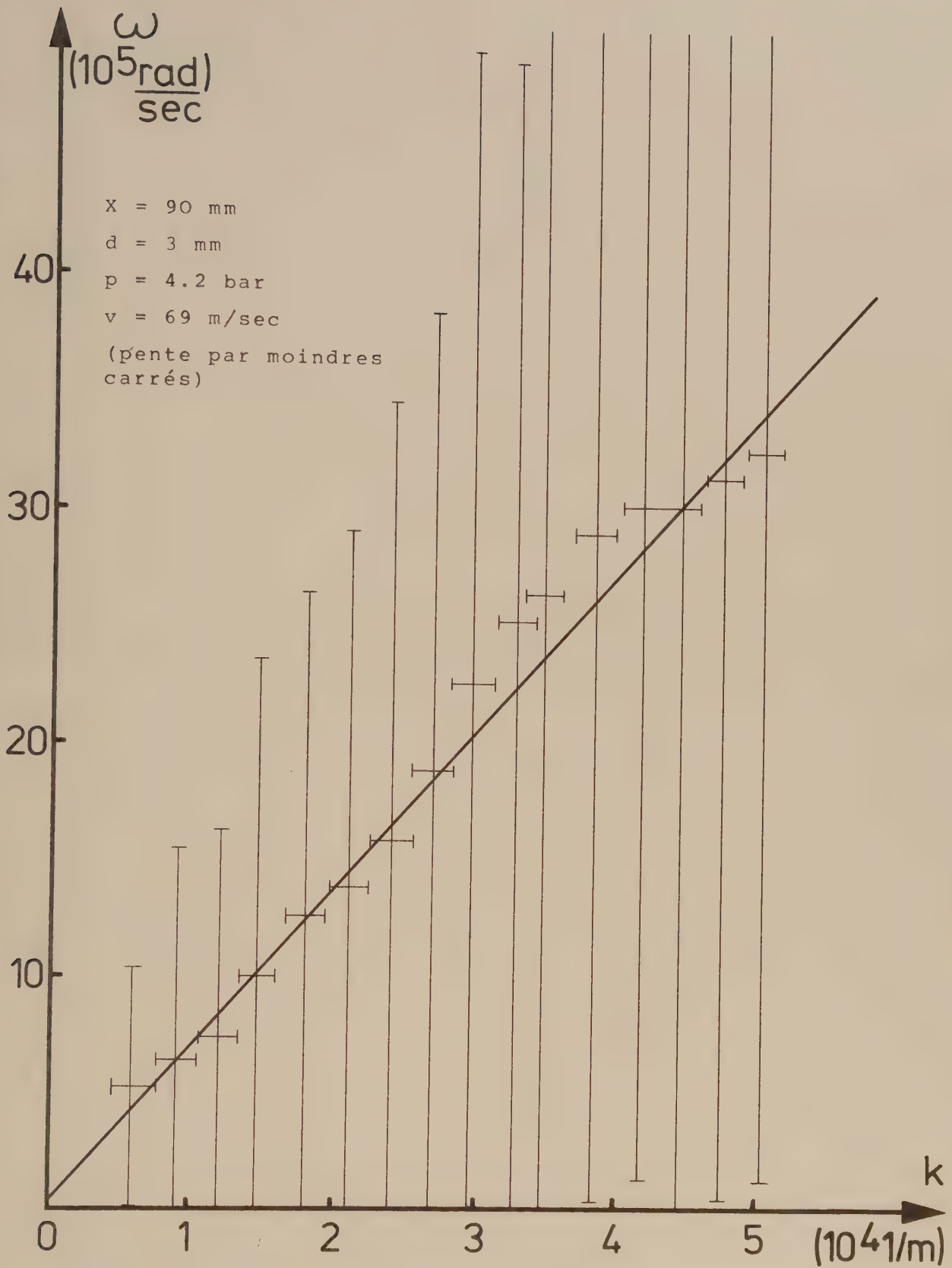


Fig. 12a - Calcul de la vitesse centrale du jet par déplacement doppler

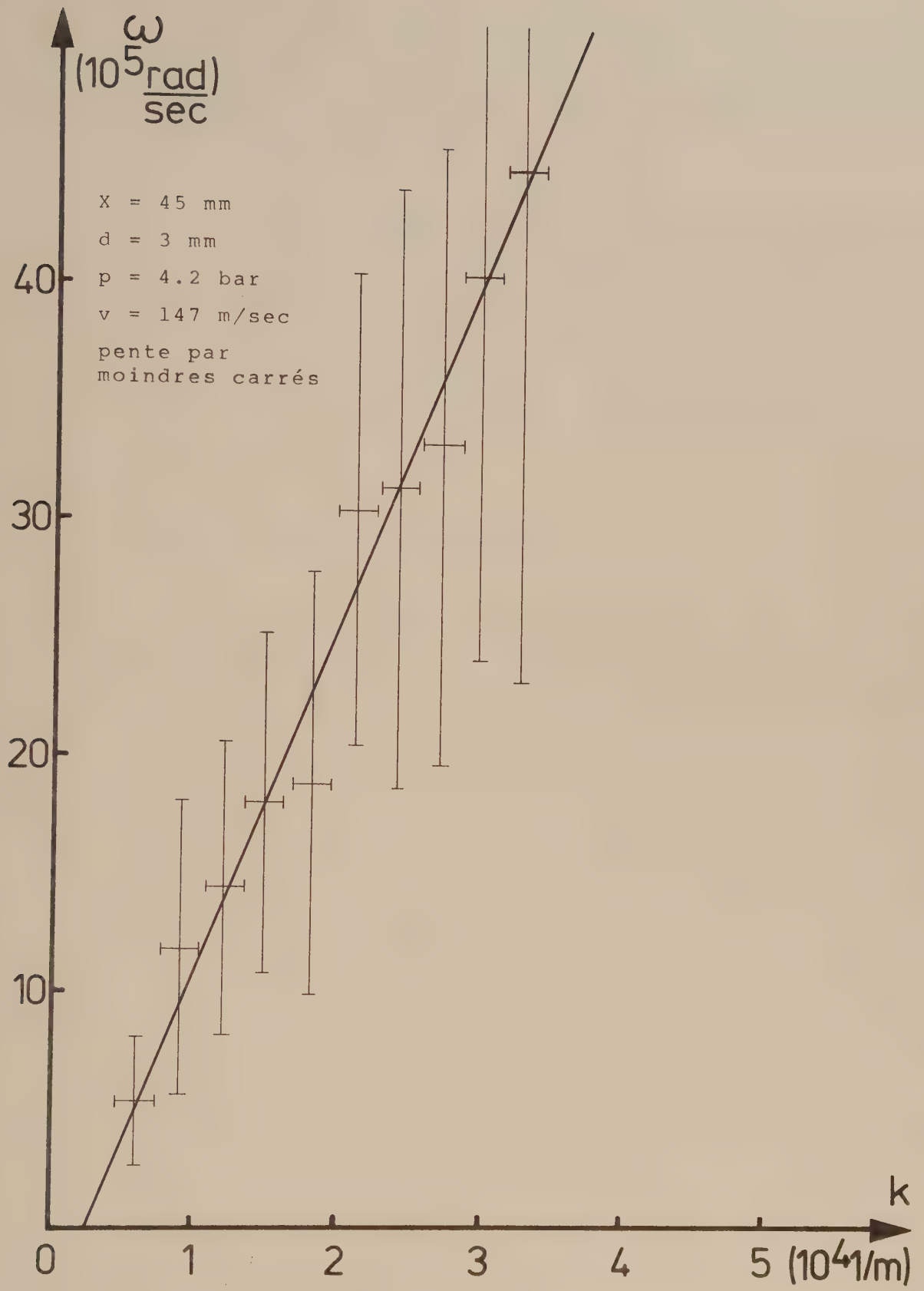


Fig. 12b - Calcul de la vitesse centrale du jet par déplacement doppler

Ces résultats sont du même ordre que ceux trouvés pour $\vec{k}_\Delta$ perpendiculaire au flot ($\alpha = 0°$). Nous attendions ce résultat puisque nous avons montré au paragraphe C que $S(\vec{k}_\Delta)$ était indépendant de α.

Les cercles dans la figure IV.9 montrent la variation de $S(\vec{k}_\Delta)$ avec k_Δ pour $\vec{k}_\Delta$ parallèle au flot. On remarque que ces nouveaux points (cercles) s'alignent sur la même droite que ceux venant du spectre des k perpendiculaires. Ceci justifie à posteriori que le spectre intégré en fréquence $S(\vec{k}_\Delta)$ est bien isotrope et satisfait aux conditions de Kolmogorov.

F - SENSIBILITE DE LA DETECTION.

De la même façon qu'au chapitre III, paragraphe E, nous pouvons estimer la sensibilité de la détection hétérodyne pour la turbulence à partir des équations I.88 - I.92.

Pour un rapport signal sur bruit égal à 1,

a = 0 et

$$S(\vec{k}_\Delta, \omega)_{min} = 1.8\ 10^{-2} \text{ sec}$$

$$\left.\frac{S(\vec{k}_\Delta)}{\Delta\omega}\right|_{min} = 1.8\ 10^{-2} \text{ sec}$$

$$\left.\frac{f^2}{\Delta\omega}\right|_{min} = 3\ 10^{-21} \text{ sec}$$

Pour un signal de largeur $\Delta\omega$ = 100 KHz et A = 0

$$f^2_{min} = 3\ 10^{-16}$$

$$f_{min} = 1.8\ 10^{-8}$$

$$S(\vec{k}_\Delta)_{min} = 1.8\ 10^{3}$$

G - COMPARAISON ENTRE LA DIFFUSION SUR L'AIR COMPRIME ET SUR L'AZOTE PUR.

Pour connaître l'influence de la présence d'impuretés dans la diffusion sur l'air comprimé, nous avons comparé les résultats obtenus dans l'azote pur avec ceux obtenus sur l'air comprimé. La figure IV.13 montre cette comparaison. Nous n'avons pas trouvé des différences importantes pour considérer le besoin de contrôler la composition du jet.

H - FLUCTUATION TOTALE.

Nous voulons maintenant calculer le niveau total de fluctuation dans un point donné du jet ; c'est-à-dire, le niveau de fluctuation dû à toutes les valeurs de $\vec{k}_\Delta$ dans l'espace.

Pour cela, nous prennons le système d'axes suivant : l'axe $\overline{OZ}$ est celui de l'O.L. ; l'axe $\overline{OX}$ est l'axe vertical, γ est l'angle entre $\vec{k}_\Delta$ et l'axe $\overline{OZ}$ et α est l'angle entre la projection de $\vec{k}_\Delta$ dans le plan XOY et l'axe $\overline{OX}$ (figure IV.14a). Chaque vecteur $\vec{k}_\Delta$ est donc repéré par $|\vec{k}_\Delta|$, α et γ.

Comme nous avons vu au premier chapitre, chaque mesure de f^2 est en fait une intégration dans un volume de l'espace des k égale à Δk^3 (eq. I.71). Δk^3 est une pastille qui a la forme d'une éllipsoïde de révolution

$$\Delta k^3 = \frac{4\Pi a^2 b}{3} \qquad (7)$$

où $2a = \Delta k_x = \Delta k_y = \frac{2\sqrt{\Pi}}{w_o}$

$$2b = \Delta k_z = \frac{2\Pi}{L}$$

$$\Delta k^3 = \frac{8\Pi^2}{w_o^2 L} \qquad (8)$$

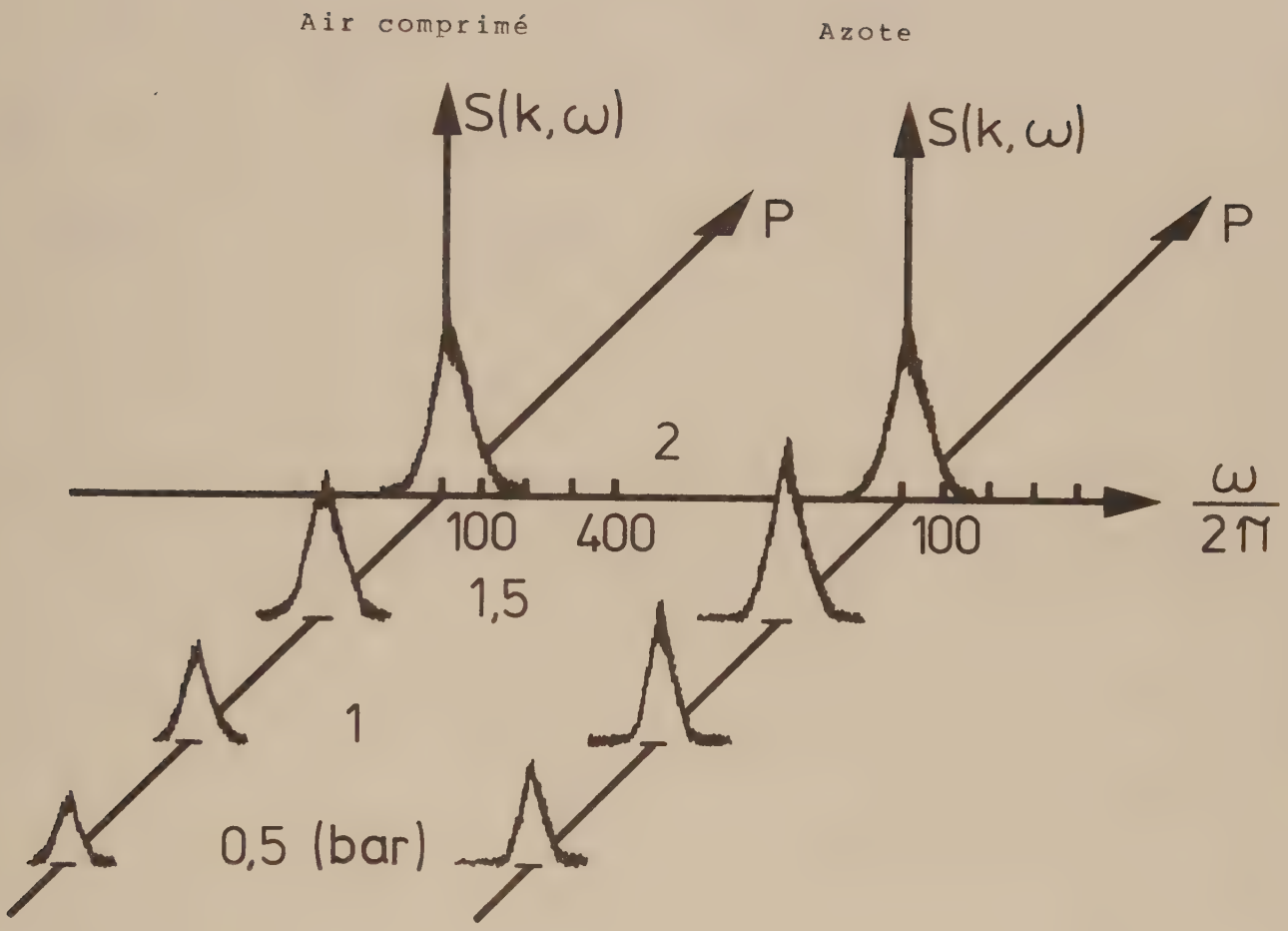


Fig. IV.13 - Comparaison entre la diffusion sur l'air comprimé et sur l'azote. Echelle linéaire.

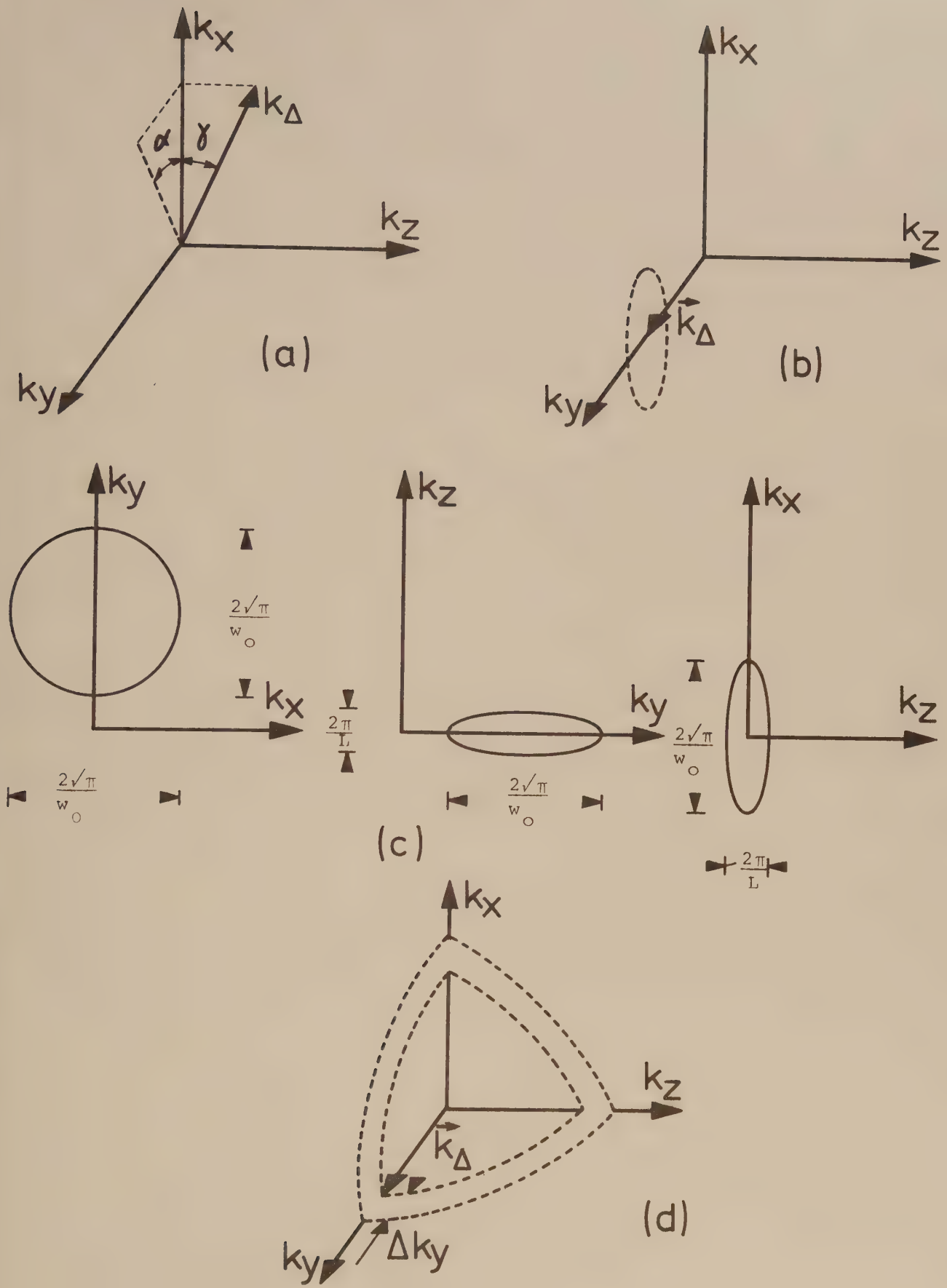


Fig. IV.14 - Résolution de la mesure. Fluctuation totale.

Pour $\vec{k}_\Delta$ parallèle à l'axe $\overline{OY}$ ($\alpha = 90°$, $\gamma = 90°$ fig. IV.14b), la projection de la pastille Δk^3 dans le plan XOY est un cercle de diamètre $\frac{2\sqrt{\Pi}}{w_o}$ centré en $|\vec{k}_\Delta|$ sur l'axe $\overline{OY}$; dans le plan YOZ, c'est une ellipse de grand axe $\frac{2\sqrt{\Pi}}{w_o}$ et de petit axe $\frac{2\Pi}{L}$ centré aussi en $|\vec{k}_\Delta|$ sur l'axe $\overline{OY}$; et dans le plan ZOX c'est aussi une ellipse centrée à l'origine de grand axe parallèle à OX et égale à $\frac{2\sqrt{\Pi}}{L}$ (fig. IV.14c).

Nous appelerons dans la suite la mesure faite avec cette résolution f_p^2.

Nous avons déjà montré que f_p^2 est indépendant de α. Nous supposons que la turbulence est complètement isotrope et donc que f_p^2 est aussi indépendante de γ. Dans ce cas, nous pouvons calculer le niveau total de fluctuation pour toutes les directions pour une valeur de $|\vec{k}_\Delta|$.

Soit N le nombre de pastilles de volume Δk^3 qui rentrent dans la couche sphérique de volume $4\Pi k_\Delta^2 \Delta k_y$ (fig. IV. 14d). Alors

$$N = \frac{4\Pi k_\Delta^2 \Delta k_y}{\Delta k^3} = \frac{1}{\sqrt{\Pi}} k_\Delta^2 w_o L \qquad (9)$$

Le niveau total de fluctuation de nombre d'onde $f_c^2(k_\Delta)$ dont le vecteur d'onde se trouve dans la couche sphérique de rayon $|\vec{k}_\Delta|$ et d'épaisseur $\Delta k_y = \frac{2\sqrt{\Pi}}{w_o}$ est donné par :

$$f_c^2 = N f_p^2 \qquad (10)$$

La figure IV.15 montre la variation de f_c^2 avec $|\vec{k}_\Delta|$. La courbe descend très vite pour les k_Δ plus petits et plus doucement pour les k_Δ plus grands. Si maintenant nous voulons connaître le niveau total de fluctuation f_T^2 pour tous les nombres d'onde

$$f_T^2 = \int_k f_c^2 \, dk \qquad (11)$$

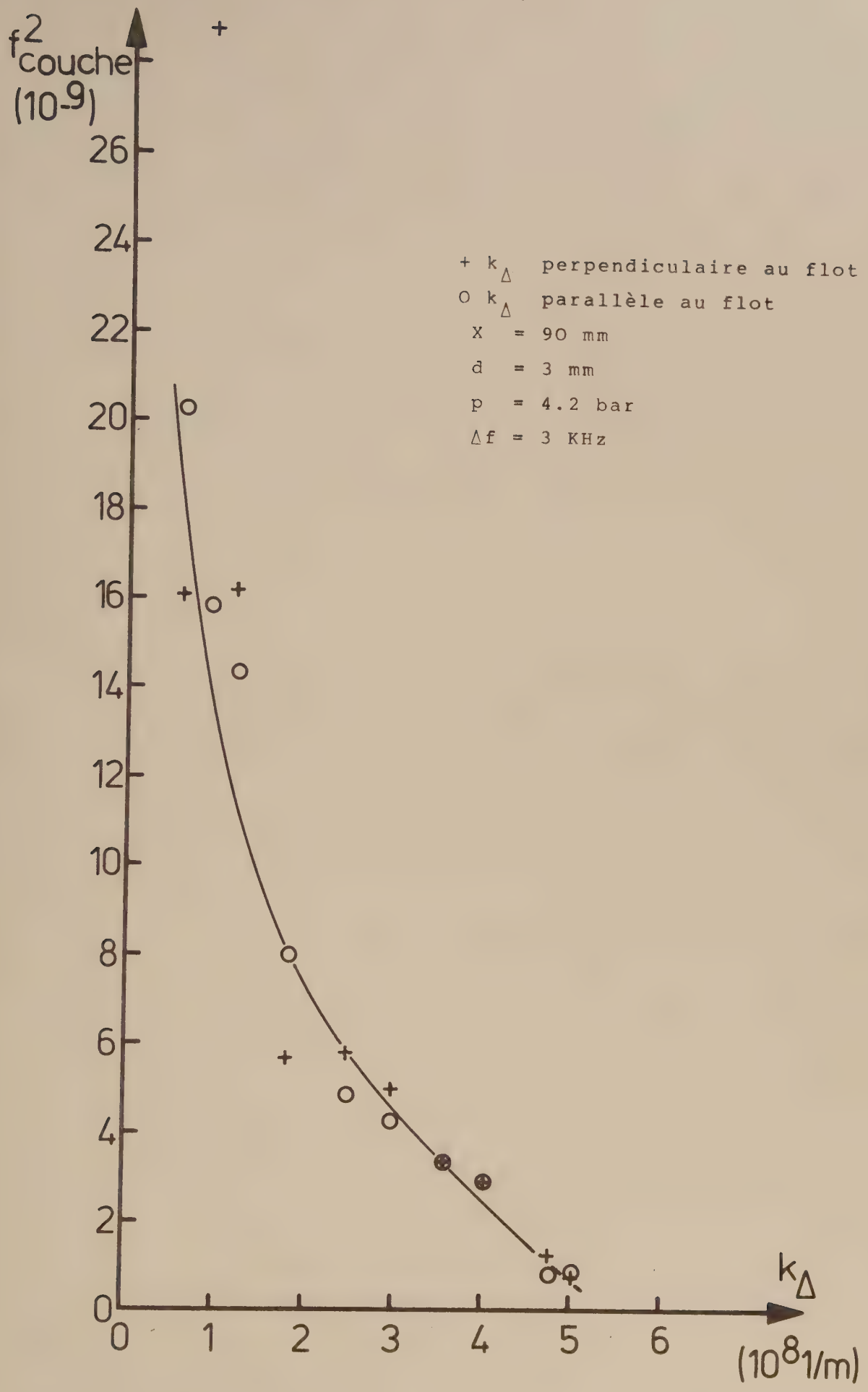


Fig. IV.15 - Variation de f_c^2 avec $|\vec{k}_\Delta|$

Expérimentalement, nous avons un nombre fini de valeurs, nous pouvons à partir de ceux-ci calculer le niveau total observé en approchant l'intégral (éq. 11) par une somme

$$f_T^2 \simeq \sum_{k_{obs}} f_c^2 \frac{\Delta k_m}{\Delta k_r} \qquad (12)$$

où $\frac{\Delta k_m}{\Delta k_r}$ montre le rapport entre l'interval Δk_m entre deux valeurs de $k(\Delta k_m = 3.5\ 10^{-3})$ et la résolution Δk_r provenant de la divergeance du faisceau $(\Delta k_r = 3.10^{-3})$.
Les résultats obtenus dans cette figure IV.15 sont

$$f_T^2 = 3\ 10^{-7}$$

$$f_T = 6\ 10^{-4}$$

Alors que les fluctuations détruisent complètement la propagation des ondes sonores, cette valeur du taux de fluctuation est assez faible. Assez faible en particulier pour que le terme de compressibilité dans l'équation de Mavier Stokes soit négligeable par rapport aux termes habituels relatifs au fluide incompressible.

Reprenons l'équation de Navier Stokes

$$\frac{\partial v}{dt} + (\vec{v}.\nabla)v = \frac{-\bar{\nabla}p}{\rho} - \nu\Delta v \qquad (13)$$

l'équation de conservation du nombre de particules

$$\frac{\partial n}{dt} + \bar{\nabla}\ (n\ \vec{v}) = 0 \qquad (14)$$

où

$$\rho = nm \quad \text{et} \quad \bar{\nabla}p = \gamma KT\bar{\nabla}n \qquad (15)$$

Pour un fluide imcompressible $\bar{\nabla}n = 0$.
Dans notre cas $f_T^2 \ll 1 \quad < \tilde{n}^2 >^{1/2} \ll n_o$ et nous pouvons linéariser $n = n_o + \tilde{n}(\vec{r},t)$.

Alors

$$\frac{\vec{\nabla} p}{\rho} = \frac{\gamma K T}{m} \frac{\overline{\nabla} n}{n} = c_s^2 \frac{\tilde{\nabla n}}{n_o} \sim k\, c_s^2\, f_T \qquad (16)$$

Si nous comparons ce terme avec

$$\frac{\partial v}{dt} \simeq \omega v = \frac{\omega^2}{k} \qquad (17)$$

Le rapport entre les deux termes

$$\frac{\text{terme de pression}}{\text{terme d'inertie}} \simeq \frac{k^2 c_s^2 f_T}{\omega^2} \qquad (18)$$

Or, de l'expérience nous avons :

$$\frac{\omega}{k} \sim 0.2\, c_s$$

$$\left(\frac{k c_s}{\omega} \right)^2 \sim 25$$

$$f_T \sim 10^{-3}$$

alors l'équation (18) devient de l'ordre de $10^{-2} \ll 1$.

Le terme de pression est négligeable dans (13) et donc la dynamique dans le jet d'air comprimé est la même que dans un fluide incompressible.

CONCLUSIONS

Nous avons fait une analyse approfondie de la théorie et la mise au point expérimentale d'une méthode d'observation des fluctuations de densité à travers la détection hétérodyne de la lumière que ces fluctuations diffusent à 10 µm de longueur d'onde.

Cette méthode est sensible à la direction de propagation des fluctuations et permet de mettre en évidence les anisotropies du spectre des fluctuations de densité $S(\vec{k}_\Delta, \omega)$.

Elle permet en particulier de mesurer la vitesse du jet par déplacement doppler.

Elle permet également d'observer la conversion des modes turbulents en modes acoustiques.

Cette méthode permet des mesures absolues du spectre $S(\vec{k}_\Delta, \omega)$ et de ses intégrales $S(\vec{k}_\Delta)$, f et $\langle \tilde{n}^2 \rangle_\Delta$.

Nous avons pu observer aussi que ce spectre intégré $S(\vec{k}_\Delta)$ était isotrope dans la zone de turbulence développée ; $S(\vec{k}_\Delta)$ est indépendant de α.

Enfin nous avons observé que $S(\vec{k}_\Delta)$ suivant une loi d'échelle analogue à celle du spectre des vitesses.

Les avantages potentiels de la méthode proviennent du fait que nous avons une mesure directe de $n(\vec{k}, t)$ et donc la possibilité de faire l'examen des corrélations entre nombres d'onde différents. Cet examen permettrait l'étude des interrelations et de mécanismes d'équilibre et de création d'un spectre de nombres d'onde.

BIBLIOGRAPHIE

1. G. Benedek ; Optical Mixing Spectroscopy ; Polarisation, Matière et Rayonnement ; PUF ; Paris 1969.

2. H.Z. Cummins and H.L. Swinney ; Light Beating Spectroscopy ; Progress in Optics ; North Holland Pub. Co. ; Amsterdam ; Vol. VIII p. 135, 1970.

3. A. Yariv ; Introduction to Optical Electronics ; Holt, Rinehart and Winston ; N.Y. 1976.

4. J.D. Jackson ; Classical Electrodynamics ; John Wiley and Sons ; N.Y. 1975.

5. E. Holzhauer and J.H. Massig ; An analysis of optical mixing in Plasma Scattering experiments ; Plasma Physics ; 20 p. 867 (1978).

6. M. Born and E. Wolf ; Principles of Optics, Macmillan ; N.Y. 1964.

7. A.K. Graham and H.L. Pinkerton ; Electroplating Engineering Handbook ; p. 240 ; Pinehold Pub. Co ; N.Y. 1962.

8. L. Landau et E. Lifschitz ; Mécanique des Fluides ; M ir ; Moscou 1971.

9. H. Tennekes and J.L. Lumley ; A First Course in Turbulence; MIT Press ; Cambridge, Mass ; 1972.

10. Y. Yasumoto et al ; IEEE Transactions on Plasma Science ; PS-9 p. 18 (1981).

11. A.N. Kolmogorov ; C.R. Ac. Sc. URSS ; 30 p. 301 (1941).

12. H.A. Rose and P.L. Sulem ; Le Journal de Physique ; 39 p. 441 (1978).

E R R A T A

page 6, éq (22) : $\frac{dP}{d\Omega} = \frac{\mu_o \omega^4}{32\Pi^2 c} \left| (\hat{n}_1 \times \vec{p}) \times \hat{n}_1 \right|^2$

éq (24) : $\frac{dP}{d\Omega} = \frac{\mu_o c^3 k^4}{32\Pi^2} \varepsilon_o^2 \left|\alpha(\omega)\right|^2 \left|\mathcal{E}_o(\vec{r})\right|^2$

page 9, éq (41) :

$$i(t) = i \frac{\eta e}{h\nu} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_o}{\mu_o}} r_R \lambda_o \left[\mathcal{E}_o(\vec{r}_o) \mathcal{E}_{OL}^*(\vec{r}_o) e^{-i(\omega_o - \omega_{oL})t} + cc \right]$$

page 10, éq (44) :

$$i(t) = iC \left\{ U(\vec{r}) \exp\left[-i(\vec{k}_\Delta . \vec{r} - \omega_\Delta t) \right] + \right.$$

$$\left. + U^*(\vec{r}) \exp\left[i\left(\vec{k}_\Delta . \vec{r} - \omega_\Delta t\right) \right] \right\}$$

page 11 : éq (46) :

$$i(t) = iC \iiint d^3r \, n_o(\vec{r},t) \left\{ U(\vec{r}) \exp\left[-i(\vec{k}_\Delta . \vec{r} - \omega_\Delta t) \right] + \right.$$

$$\left. + U^*(\vec{r}) \exp\left[i(\vec{k}_\Delta . \vec{r} - \omega_\Delta t) \right] \right\}$$

page 14, ligne 18 : ... à $\frac{2w_o}{\sin \frac{\theta}{2}}$ où $2w_o$ est le diamètre ...

page 40, ligne 23 ... limités à -.7v $\frac{J_r - J_t}{10}$

page 44, éq (19) $J_n = J_t + 10 \log\left[1 + 10^{\frac{J_r - J_t}{10}} \right]$

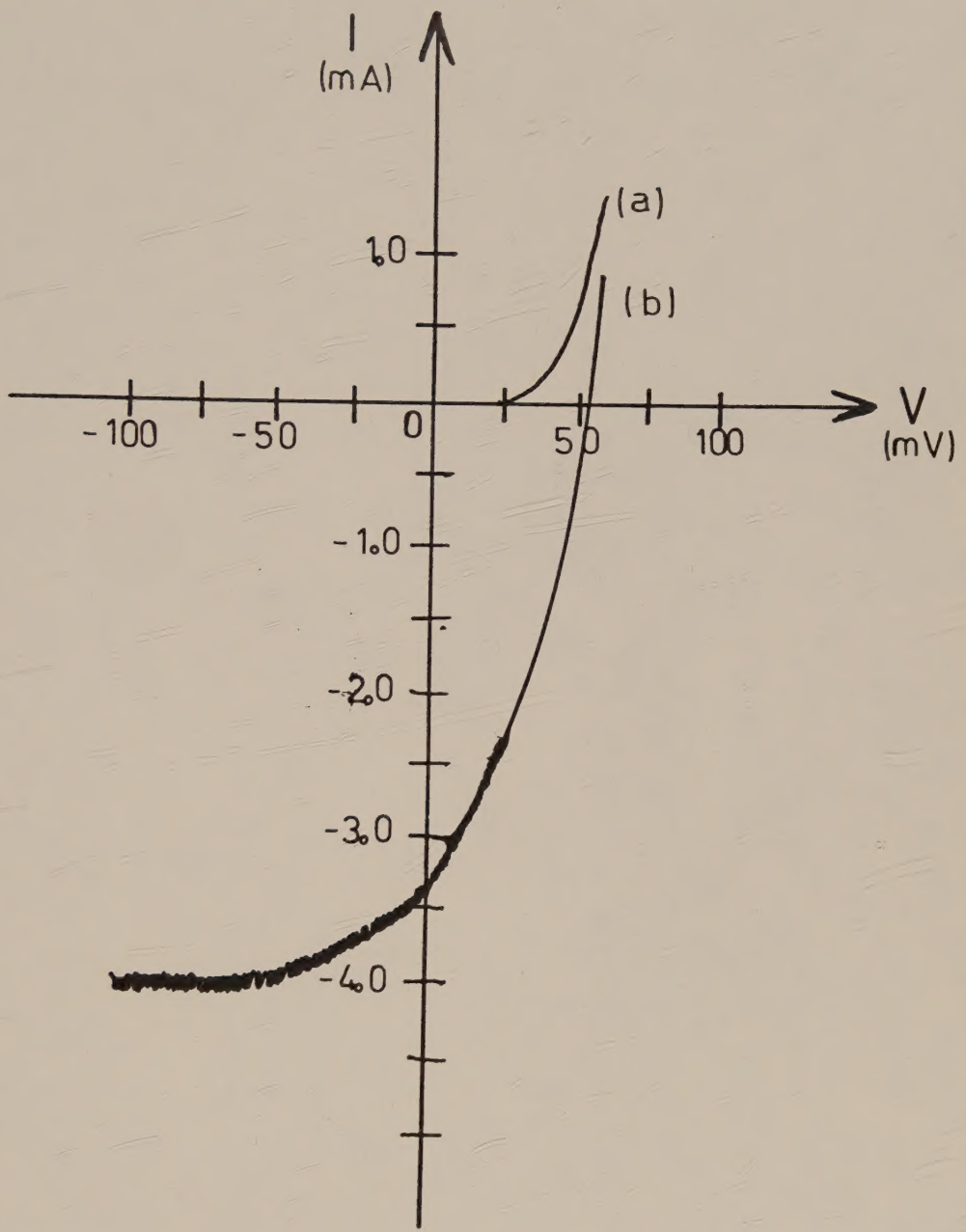
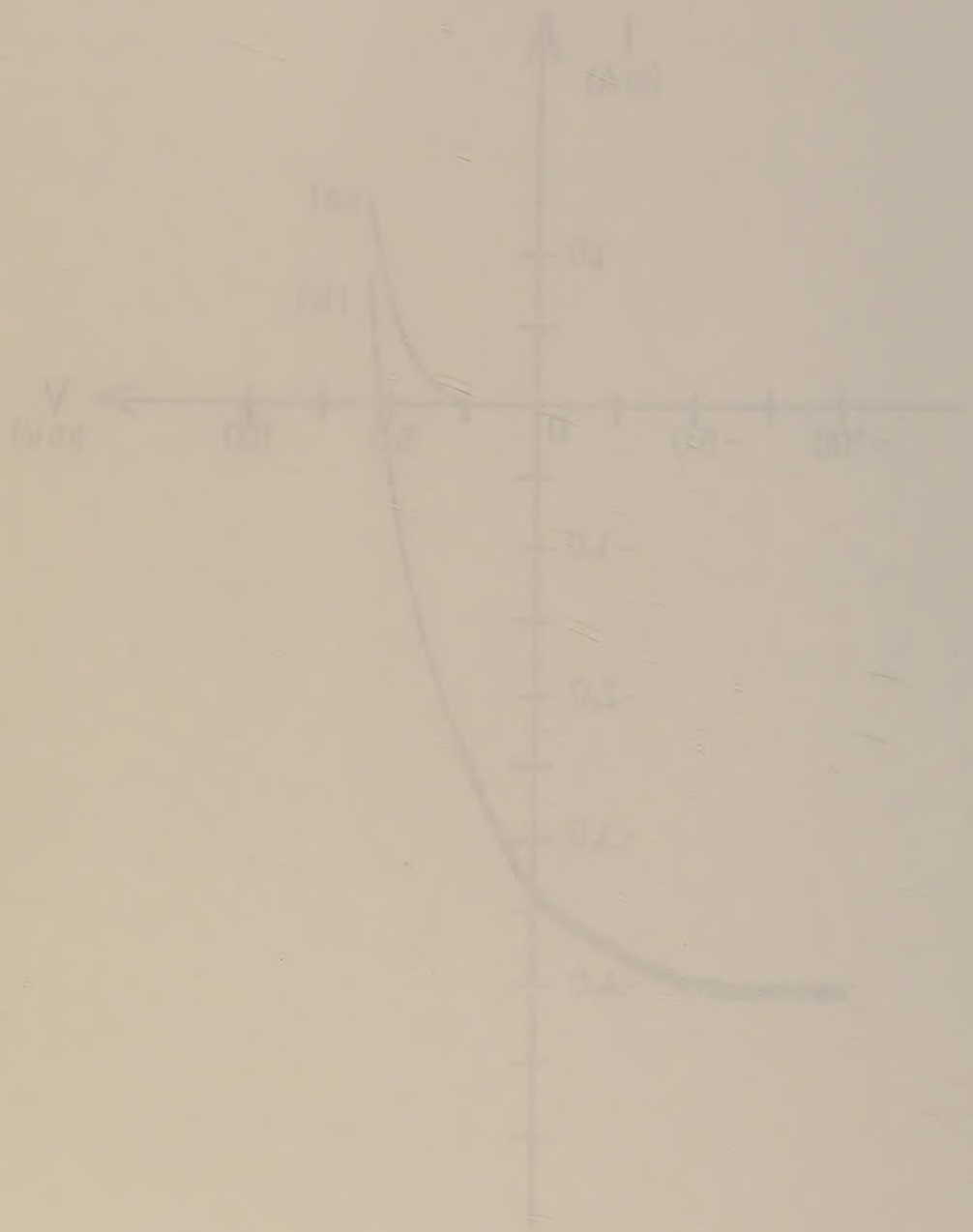



Fig.II.11- Caracteristique IV du détecteur CdHgTe SAT.
(a) Détecteur non illuminé (b) 2.5 mW sur le détecteur.